

OCT
1958 23

7. FOLGE, 1958, BAND 2, HEFT 1-2

UNIVERSITY
OF MICHIGAN

OCT 21 1958

PHYSICS
LIBRARY

ANNALEN DER P H Y S I K

Gegründet 1799 durch F. A. C. Gren
Fortgeführt durch L. W. Gilbert, J. C. Poggendorff,
G. und E. Wiedemann, P. Drude, W. Wien,
M. Planck, E. Grüneisen, F. Möglich

Der ganzen Reihe 457. Band

Kuratorium:

W. GENTNER, W. GERLACH, F. HUND, B. KOCKEL,
M. v. LAUE, W. MEISSNER, W. PAUL, R. W. POHL,
R. ROMPE, R. SEELIGER, W. WEIZEL

Herausgegeben von

H. KOPFERMANN
Heidelberg

G. RICHTER
Berlin



JOHANN AMBROSIOUS BARTH / VERLAG / LEIPZIG

Redaktionsluß am 27. August 1958

Inhalt

E. Jeltsch, Berlin: Zum photochemischen Verhalten sensibilisierter Silberbromid- und Silberchloridkristalle bei Röntgenlichtbestrahlung. Mit 18 Abbildungen	1
G. Passoth, Bonn: Thermische Druckschwankungen in einem Gas als natürliche Grenze für Messungen der Oberflächenspannung nach der Blasendruckmethode. Mit 3 Abbildungen	13
A. Heisen, München: Über die Bildung dünner Kohleschichten in einer in Benzol-atmosphäre brennenden Glimmentladung. Mit 10 Abbildungen	23
J. Pachner, Prag: Die unitäre Feldtheorie in der Maxwellschen Näherung	36
T. Tietz, Łódź (Polen): Streuvermögen von Atomen für Röntgen- und Elektronenstrahlen nach der statistischen Theorie des Atoms	41
A. Sokolow und B. Kerimov, Moskau: Zur Theorie der Dirac-Teilchen mit orientiertem Spin	46
L. Kolodziejczyk, Łódź (Polen): Der kohärente Streustrahlungskoeffizient im Thomas-Fermischen Modell. Mit 1 Abbildung	54
K. Rademacher und K. Wojacek, Berlin: Beobachtungen an gekoppelten Niederdruckentladungen in Argon. Mit 7 Abbildungen	57
K. Wojacek, Berlin: Über künstlich erzeugte laufende Schichten in der Argon-Niederdruckentladung. Mit 8 Abbildungen	68

Für diese Zeitschrift werden grundsätzlich nur Arbeiten angenommen, die vorher weder im Inland noch im Ausland veröffentlicht worden sind. Mit der Annahme des Manuskriptes und seiner Veröffentlichung geht das alleinige Recht der Vervielfältigung, Verbreitung und Übersetzung einschließlich des Rechts der Veranstaltung von Sonderdrucken auf den Verlag über. Von jeder Arbeit liefert der Verlag 75 Sonderabzüge kostenlos.

Einsendung der Manuskripte erbeten an Prof. Dr. H. Kopfermann, Heidelberg, Albert-Ueberle-Straße 7, Prof. Dr. G. Richter, Zeuthen-Miersdorf, Platanenallee 6.

Die Redaktion bittet, die Manuskripte *druckfertig* einzuliefern und in den Korrekturen den bisherigen Raum des Textes nicht zu überschreiten. Die *Zeichnungen* sind in sorgfältiger Ausführung auf besonderen Blättern beizulegen.

Bei den *Zitaten* wolle man die Abkürzungen der Zeitschriftentitel nach dem Verzeichnis wählen, das jedem Jahrgang der „Physikalischen Berichte“ vorangestellt ist.

Die Zeitschrift erscheint in Bänden mit 8 Heften, die zwanglos ausgegeben werden. Die Lieferung erfolgt durch den Sortimentsbuchhandel, in Ausnahmefällen unmittelbar vom Verlag. Der Bezugspreis beträgt je Band 34.— (U. S. \$ 8.16) zuzügl. Postgebühren.

Die Lieferung erfolgt bis zur Abbestellung, die nur für das Ende eines Bandes ausgesprochen werden kann.

ANNALEN DER PHYSIK

7. FOLGE * BAND 2, HEFT 1-2 * 1958

Zum photochemischen Verhalten sensibilisierter Silberbromid- und Silberchloridkristalle bei Röntgenlichtbestrahlung

Von E. Jeltsch

Mit 18 Abbildungen

Inhaltsübersicht

Das photochemische Verhalten reiner und sensibilisierter Silberhalogenidkristalle bei der Bestrahlung mit kurzwelligem sichtbaren Licht wurde bereits mehrfach untersucht¹⁻⁵⁾. In Ergänzung hierzu wird im folgenden das Verhalten bei der Bestrahlung mit Röntgenlicht behandelt, das dem erstgenannten qualitativ und quantitativ sehr ähnlich ist. In beiden Fällen sind reine Kristalle sehr unempfindlich, eine Sensibilisierung ist jedoch durch Zugabe kleiner Mengen (0,01–0,04 Mol-%) Ag_2S , Ag_2Se oder Ag_2Te (letzteres nur bei AgBr -Kristallen) möglich. Solche Kristalle zeigen nach der Verfärbung bei tiefer Temperatur ein von der Art des Sensibilisators abhängiges charakteristisches Absorptionsspektrum. Bei Zimmertemperatur wird die Bildung kolloidalen Silbers beobachtet.

Versuchsdurchführung⁶⁾

Das durch Fällung aus Silbernitratlösung und den verdünnten Halogenwasserstoffsäuren gewonnene Silberbromid- bzw. Silberchloridpulver wurde in Supremaxgläsern zu 1–2 g schweren Kristallstücken zusammengeschnitten. Die Mischkristalle wurden aus den reinen Kristallen durch Zusammenschmelzen mit den sensibilisierenden Zusätzen hergestellt, einige Stunden zur Homogenisierung im Vakuum dicht unter dem Schmelzpunkt getempert und abgeschreckt.

Kleine abgeschchnittene Stücke wurden zwischen Glasklötzen zu etwa 1 cm² großen Kristallplättchen von 0,2 bis 0,4 mm Dicke gepreßt, diese in passende Form geschnitten, nochmals 10–15 Minuten kurz vor dem Versuch getempert, abgeschreckt und möglichst schnell auf die Versuchstemperatur gebracht. Nur das Verhalten in dieser Weise behandelter Kristallproben wird im folgenden beschrieben; ungetemperte Kristalle zeigen ein abweichendes Verhalten.

¹⁾ E. Schöne, Z. Physik **136**, 52 (1953).

²⁾ A. Scholz, Z. Physik **137**, 207 (1954).

³⁾ Ch. Volke, Z. Physik **138**, 623 (1954).

⁴⁾ A. Scholz, Ann. Physik **19**, 175 (1956).

⁵⁾ Ch. Volke, Ann. Physik **19**, 203 (1956) in ¹⁾ bis ⁵⁾ weitere Literatur.

⁶⁾ E. Jeltsch, Dissertation Berlin 1957 (Humboldt-Universität).

Die Kristallplättchen wurden zur Bestrahlung und zur Messung ihrer Absorptionsspektren in ein Vakuum-Meßgefäß (Abb. 1) gebracht. Zur Untersuchung des Verhaltens bei tiefer Temperatur wurde der Kristall mit flüssiger Luft gekühlt. Temperaturen zwischen etwa -180°C und Raumtemperatur ließen sich mit einer elektrischen Heizung einstellen. Die Einspannvorrichtung für die Kristallproben ist aus Abb. 2 ersichtlich, ein Überblick über die Versuchsanordnung vermittelt die Abb. 3. Die Röntgenbestrahlung wurde mit einer Strichfokus-Röhre mit W-Anode (AGW 2,

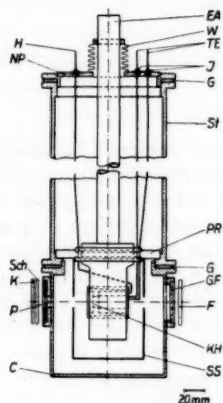


Abb. 1. Schematische Darstellung des Vakuum-Meßgefäßes

EA Einfüll- u. Abdampfrohr
W Wellrohrkörper
TE Thermoelement
J Glasdurchführung
G Gummiring
St Stahlrohr
PR Polystyrolring
GF Glasfenster
F Filter
KH Kristallhalter
SS Strahlungsschutz
C Kupfertopf
P Fenster mit Perlonfolie
K Lichtklappe
Sch Lichtschieber
NP Neusilberdeckel
H Heizung

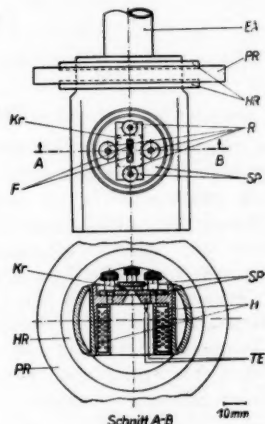


Abb. 2. Schematische Darstellung des Kristallhalters im Vakuum-Meßgefäß.

EA Einfüll- u. Abdampfrohr
PR Polystyrolring
HR Halteringe
R Rändelschrauben
SP Silberplatte
Kr Kristallprobe
H Heizung
TE Thermoelement
F Fenster

Phönix-Röntgen-Röhren) bei 40–70 kV vorgenommen; außerdem konnte mit kurzwelligem sichtbarem Licht (Quecksilber-Höchstdrucklampe HBO 107–36) und zum Ausbleichen bereits erzeugter Verfärbung mit rotem Licht ($\lambda > 680 \text{ m}\mu$) bestrahlt werden.

Zur Messung der Absorptionsspektren wurde das Licht einer Lichtwurf-lampe (75 V, 375 W) durch einen Doppelmonochromator spektral zerlegt und abwechselnd durch den zu untersuchenden Kristall und ein Vergleichs-

ihrer
Zur
mit
aum-
Ein-
Über-
ngen-
W 2,

fenster geschickt. Die Differenzen der Absorptionskonstanten vor und nach der jeweiligen Bestrahlung wurden ermittelt und sind im folgenden angegeben. Sie entsprechen dem während des photochemischen Prozesses aufgebauten Absorptionsspektrum, das zwischen 450 und 950 $m\mu$ untersucht wurde.

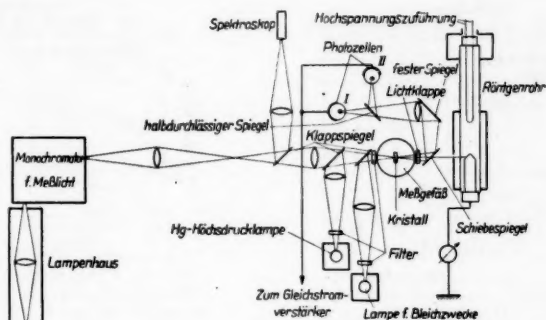


Abb. 3. Übersicht über die Versuchsanordnung

Experimentelle Ergebnisse

Das photochemisch erzeugte Absorptionsspektrum bei Temperaturen um -180°C wird in seiner Struktur vom Wirtskristall und vom Sensibilisator bestimmt. Es wurden Kristallproben von AgBr und AgCl, jeweils mit Ag_2S

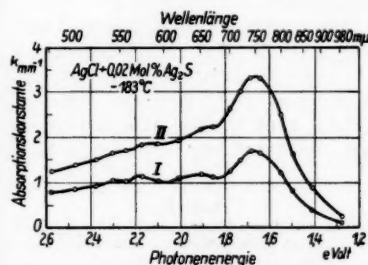


Abb. 4. Photochemisch erzeugtes Absorptionsspektrum eines AgCl-Kristalls mit Ag_2S -Sensibilisierung. Bestrahlt mit Röntgenlicht bei -183°C ; Kurve I: 5 Minuten, Kurve II: 20 Minuten bei gleicher Bestrahlungsstärke J . ($J = 1,5 \cdot 10^{15} \text{ eV/mm}^2\text{min}$)

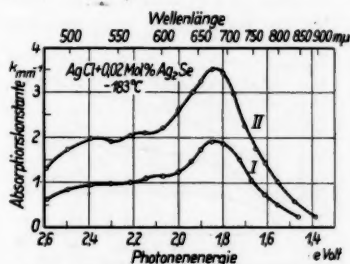


Abb. 5. Photochemisch erzeugtes Absorptionsspektrum eines AgCl-Kristalls mit Ag_2Se -Sensibilisierung. Bestrahlt mit Röntgenlicht bei -183°C . Kurve I: 10 Minuten, Kurve II: 20 Minuten bei gleicher Bestrahlungsstärke ($J = 1,5 \cdot 10^{15} \text{ eV/mm}^2\text{min}$)

onnte
HBO
Licht

twurf-
erlegt
leichs-

oder Ag_2Se sensibilisiert, untersucht. Die AgCl-Kristalle zeigten bereits bei -180°C unter der Einwirkung des Röntgenlichtes photochemische Veränderungen, während bei AgBr-Kristallen erst oberhalb etwa -170°C deutliche photochemische Reaktionen auftraten. Absorptionsspektren, die bei der

Bestrahlung verschiedener Kristallproben mit Röntgenlicht bei tiefen Temperaturen beobachtet wurden, sind in den Abb. 4–7 wiedergegeben. Im langwelligen Teil des Spektrums liegt jeweils eine deutlich hervortretende

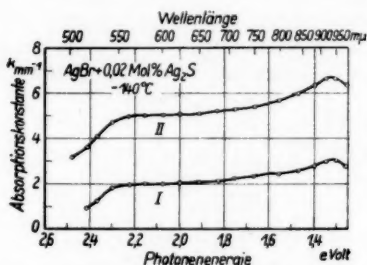


Abb. 6. Photochemisch erzeugtes Absorptionsspektrum eines AgBr-Kristalls mit Ag_2S -Sensibilisierung. Bestrahlt mit Röntgenlicht bei -140°C : Kurve I: 5 Minuten, Kurve II: 10 Minuten bei gleicher Bestrahlungsstärke ($J = 0,5 \cdot 10^{15} \text{ eV/mm}^2\text{min}$)

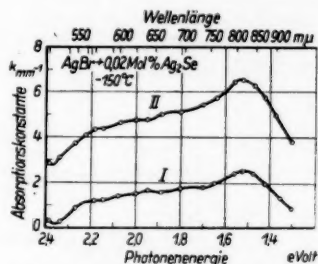


Abb. 7. Photochemisch erzeugtes Absorptionsspektrum eines AgBr-Kristalls mit Ag_2Se -Sensibilisierung. Bestrahlt mit Röntgenlicht bei -150°C : Kurve I: 5 Minuten, Kurve II: 10 Minuten bei gleicher Bestrahlungsstärke ($J = 0,5 \cdot 10^{15} \text{ eV/mm}^2\text{min}$)

Absorptionsbande, an die sich zu kürzeren Wellenlängen hin ein ausgedehntes strukturarmeres Absorptionsspektrum anschließt. Art und Umfang der photochemischen Verfärbung waren von der Art der Röntgenstrahlung (zwischen 40 und 70 kV) unabhängig, jedoch stark abhängig von der Temperatur, bei der die Bestrahlung vorgenommen wurde. Die Lagen der langwelligen Hauptbanden sind in Tab. 1 wiedergegeben.

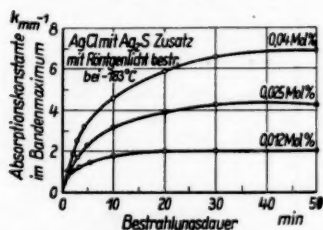


Abb. 8. Zunahme der Absorptionskonstanten im Maximum der langwelligen Hauptbande eines AgCl-Kristalls mit Ag_2S -Sensibilisierung bei länger andauernder Röntgenlichtbestrahlung

Abb. 8 zeigt am Beispiel eines mit Ag_2S sensibilisierten AgCl-Kristalls den allmählichen Anstieg der Absorptionskonstanten im Maximum der langwelligen

Tabelle 1
Lage der langwelligen Hauptbanden (λ_{max} in eV)

Wirtsgitter	Sensibilisator		ΔE_2
	Ag_2S	Ag_2Se	
AgBr	1,31	1,51	0,20
AgCl	1,65	1,83	0,18
ΔE_1	0,34	0,32	—

Hauptbande mit zunehmender Bestrahlungsdauer. Nach intensivem Anfangswachstum folgt ein Bereich nur noch schwacher photochemischer Reaktionen; es wird jedoch keine ideale Sättigung erreicht. Der Wert der Absorptionskonstanten, den man bei der Extrapolation des annähernd linearen

Kurvenverlaufes nach langen Bestrahlungszeiten auf die Ordinatenachse erhält, soll im folgenden Grenzverfärbung genannt werden.

Mit zunehmender Bestrahlungstemperatur nahmen bei allen untersuchten Kristallsorten die erreichbaren Grenzverfärbungen sowie die Quantenausbeuten (speziell zu Beginn der photochemischen Reaktion) zu: an

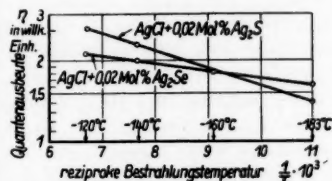


Abb. 9. Abhängigkeit der Quantenausbeute von der Bestrahlungstemperatur (für die langwellige Hauptbande) bei sensibilisierten AgCl-Kristallen (Röntgenverfärbung)

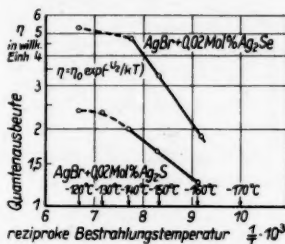


Abb. 10. Abhängigkeit der Quantenausbeute von der Bestrahlungstemperatur (für die langwellige Hauptbande) bei sensibilisierten AgBr-Kristallen (Röntgenverfärbung)

Beispielen zeigen das die Abb. 9–11. Diese Temperaturabhängigkeit kann für nicht zu hohe Temperaturen durch Exponential-Gesetze beschrieben werden (außer für die Grenzverfärbung von AgBr-Kristallen, die nicht quantitativ verfolgt werden konnte):

$$K = K_0 \exp(-U_1/kT); \quad \eta = \eta_0 \exp(-U_2/kT)$$

(η Quantenausbeute bei Reaktionsbeginn, K Absorptionskonstante im Maximum der langwelligen Hauptbande bei Grenzverfärbung, η_0 und K_0 Proportionalitätskonstanten, U_1 und U_2 Aktivierungsenergien, T abs. Temperatur, k Boltzmann-Konstante). Die erhaltenen Werte von U_1 und U_2 gibt Tab. 2 an (die U_1 -Werte der AgBr-Kristalle sind geschätzt).

Tabelle 2
Aktivierungsenergien U_1 und U_2 in eV

Wirtskristall u. Sensibilisator	U_1	U_2
AgCl/Ag ₂ S	13–40 · 10 ⁻³	6–13 · 10 ⁻³
AgCl/Ag ₂ Se	11–28 · 10 ⁻³	3–10 · 10 ⁻³
AgBr/Ag ₂ S	(170 · 10 ⁻³)	20–48 · 10 ⁻³
AgBr/Ag ₂ Se	(170 · 10 ⁻³)	34–78 · 10 ⁻³

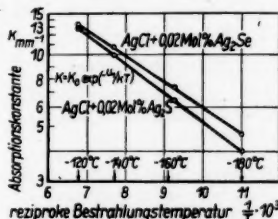


Abb. 11. Abhängigkeit der Grenzverfärbung (langwellige Hauptbande) von der Bestrahlungstemperatur für sensibilisierte AgCl-Kristalle (Röntgenverfärbung)

Exponentialgesetze für η und K gelten für AgCl-Kristalle bis etwa -120°C , für AgBr-Kristalle bis etwa -140°C . Abb. 12 zeigt an einem AgCl-Kristall auch für andere Teile des Absorptionsspektrums, daß sich die Temperatur-

abhängigkeit der Grenzverfärbung näherungsweise durch Exponentialgesetze beschreiben läßt, jedoch mit anderen Aktivierungsenergien.

Überschreitet man während der Röntgenbestrahlung die angegebenen Temperaturgrenzen, so ändert sich allmählich der Charakter der photochemischen Reaktion. Bei AgBr-Kristallen ist das aus Abb. 11 ersichtlich, während bei AgCl-Kristallen die Umbildung des Absorptionsspektrums bei erhöhter Bestrahlungstemperatur direkt beobachtet werden kann, wie die Abb. 13 und 14 zeigen: Es bildet sich ein ausgedehntes Absorptionsgebiet im Infraroten aus, während das Wachstum der Hauptbande abnimmt, sie unter Umständen sogar teilweise abgebaut wird. Dieses Verhalten ist bereits aus Bestrahlungsversuchen mit sichtbarem Licht bekannt⁴⁾.

Erfolgt die Röntgenlicht-Bestrahlung bei Raumtemperatur, so treten die Absorptionsbanden des kolloidalen Silbers den Aufbau der Spektren in Abhängigkeit von der Bestrahlungsdauer zeigen die Abb. 17 und 18. Die Lage des jeweiligen Bandenmaximums ist für verschiedene Proben derselben Kristallart etwas unterschiedlich, scheint jedoch im wesentlichen durch das Wirtsgitter bestimmt zu sein (Tab. 3), während die bei tiefen Temperaturen erzeugten Absorptionsbanden deutlich vom Sensibilisator mitbestimmt sind (Tab. 1).

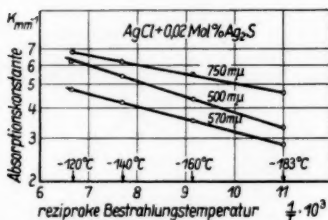


Abb. 12. Abhängigkeit der Grenzverfärbung von der Bestrahlungstemperatur für verschiedene Teile des Absorptionsspektrums (Röntgenverfärbung eines AgCl-Kristalls mit Ag_2S -Sensibilisierung)

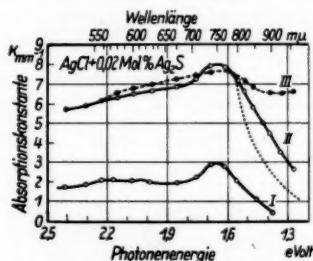


Abb. 13. Bandenumlagerung bei einem AgCl-Kristall mit Ag_2S -Sensibilisierung (bestrahlt mit Röntgenlicht, ($J = 1,5 \cdot 10^4 \text{ eV/mm}^2\text{min}$)). Kurve I: nach 30 Minuten Bestrahlung bei -180°C ; Kurve II: nach 40 Minuten Bestrahlung bei -55°C ; Kurve III: nach 120 Minuten Bestrahlung bei -55°C ; gestrichelte Kurve: konstruiert mit der für bei -180°C erzeugte Banden ermittelten Halbwertsbreite. Absorptionsspektrum bei -180°C gemessen

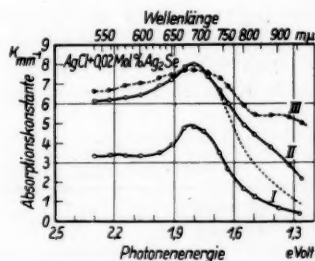


Abb. 14. Wie bei Abb. 13, jedoch für einen AgCl-Kristall mit Ag_2Se -Sensibilisierung

Die Zahl der molekularen Absorptionszentren läßt sich aus der Höhe und der Halbwertsbreite einer Absorptionsbande bestimmen (bei Unkenntnis der Oszillatorstärke des entsprechenden Überganges jedoch nur angenähert),

während die auf entsprechende Weise bei kolloidalen Zentren ermittelten Werte noch korrigiert werden müssen (Korrekturfaktoren von der Größenordnung $1)^{5)7)}$. Aus der Anfangswachstumsgeschwindigkeit einer Absorp-

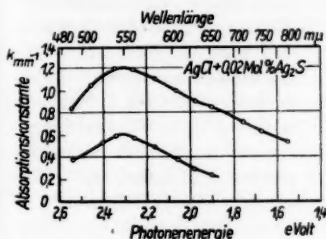


Abb. 15. Absorptionsspektrum eines AgCl-Kristalls mit Ag_2S -Sensibilisierung, der bei 20°C mit Röntgenlicht verfärbt wurde, Bestrahlungsdauer 5 Minuten bzw. 20 Minuten ($J = 0,1 \cdot 10^{15} \text{ eV/mm}^2\text{min}$). Absorptionsspektrum bei 20°C gemessen

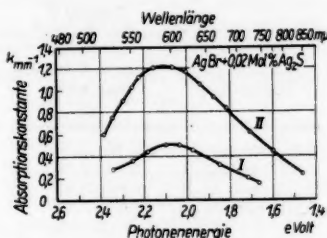


Abb. 16. Wie bei Abb. 15, jedoch für einen AgBr-Kristall mit Ag_2S -Sensibilisierung, Bestrahlungsdauer 3 bzw. 10 Minuten

tionsbande und der Bestrahlungsstärke läßt sich der Energiebedarf beim Aufbau eines Absorptionszentrums ermitteln (bei den Banden des kolloidalen Silbers pro eingebautes Silberatom). Tab. 4 gibt die bei Röntgenlichtbestrahlung gefundenen Werte sowie zum Vergleich diejenigen an, die bei der Bestrahlung mit sichtbarem Licht erhalten wurden (aus Quantenausbeuten

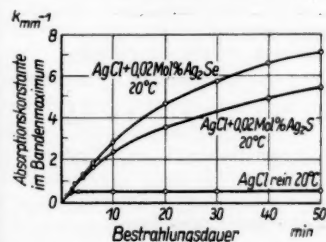


Abb. 17. Zunahme der Absorptionskonstanten im Maximum der Kolloidbande bei länger andauernder Röntgenbestrahlung für verschieden sensibilisierte AgCl-Kristalle (bei 20°C , $J = 0,5 \cdot 10^{15} \text{ eV/mm}^2\text{min}$)

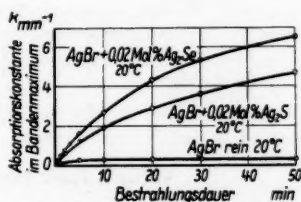


Abb. 18. Wie bei Abb. 17, jedoch für verschieden sensibilisierte AgBr-Kristalle

nach Ch. Volke⁵⁾). Zum Aufbau der langwelligen Hauptbande sind sehr große Energiebeträge erforderlich, wobei allerdings zu berücksichtigen ist, daß gleichzeitig die Absorptionszentren erzeugt werden, die für den struktur-

⁷⁾ E. Rohloff, Z. Physik **182**, 643 (1952).

armen Teil des Spektrums verantwortlich sind. Bei der Kolloidbildung ist der Energiebedarf wesentlich kleiner.

Unter dem Einfluß der Röntgenlichtbestrahlung fluoreszierten die Silberbromid- und Silberchloridkristalle bei etwa -180°C lebhaft, während bei höherer Temperatur keine Fluoreszenz beobachtet werden konnte. Reine Kristalle fluoreszierten grün, sensibilisierte rötlich. Mit zunehmender Bestrahlungsdauer nahm bei sensibilisierten Kristallen die Fluoreszenz allmählich ab.

Tabelle 3
Absorptionsbanden des kolloidalen Silbers

Kristalltyp	Lage d. Banden- maximums eV	Halbwerts- breite eV
AgCl mit Ag_2S	2,22—2,30	0,9—1,3
AgCl mit Ag_2Se	2,18—2,26	0,9—1,4
AgBr mit Ag_2S	2,04—2,10	0,7—0,1
AgBr mit Ag_2Se	2,0—2,10	0,7—1,0

Tabelle 4a
Energiebedarf bei der Erzeugung der langwelligen Hauptbanden

Bestrahlungs- Temperatur $^{\circ}\text{C}$	Kristalltyp	Energiebedarf (Röntg.) eV	Quanten- ausbeute ^{b)} (436 m μ)	Energie- bedarf ^{b)} (436 m μ) eV
—180	AgCl/Ag ₂ S	170—820	0,003—0,014	204—950
—180	AgCl/Ag ₂ Se	180—740		
—160	AgBr/Ag ₂ S	80—650		
—160	AgBr/Ag ₂ Se	90—640		
—140	AgBr/Ag ₂ Se	—	0,004—0,018	158—710

Tabelle 4b
Energiebedarf bei der Erzeugung kolloidalen Silbers (pro Ag-Atom in eV)

Kristalltyp	Energiebedarf (Röntg.)	Quantenausbeute ^{b)} (436 m μ)	Energiebedarf ^{b)} (436 m μ)
AgBr/Ag ₂ S	12—25	0,3—0,4	7,1—9,5
AgBr/Ag ₂ Se	12—26		
AgCl/Ag ₂ S	9—25	0,6—0,7	4,0—4,8
AgCl/Ag ₂ Se	10—24		

Versuch einer Deutung der experimentellen Ergebnisse

Die Bestrahlung der Kristallproben mit Röntgenlicht bei Temperaturen zwischen -180 und -120°C bei AgCl-Kristallen, zwischen -170 und -140°C bei AgBr-Kristallen führte zu einem typischen Absorptionsspektrum, das jeweils vom Wirtskristall sowie von der Art der Sensibilisierung bestimmt wird. Charakteristisch sind vor allem die Lagen der langwelligen Hauptbanden, die in Tab. 1 zusammengestellt sind. Die Photonenenergien der Bandenmaxima gestatten näherungsweise eine Darstellung: $E = E_0 + E_s$, wobei E_0 ein vom Wirtskristall, E_s ein vom Sensibilisator bestimmter Energieterm ist. Diese einheitliche Darstellungsmöglichkeit legt die Annahme nahe, daß analog gebaute Absorptionszentren für die langwellige Hauptbande in den verschiedenen Kristallsorten verantwortlich sind, und daß diese Zentren aus gittereigenen Bestandteilen (Gitterbausteine oder gittereigene Störstellen)

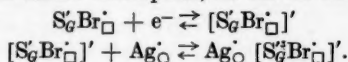
und aus Bestandteilen des Sensibilisators aufgebaut sein müssen. Hierfür spricht auch, daß die Halbwertsbreiten der Absorptionsbanden bei gleichem Grundgitter gut übereinstimmen ($0,36 \text{ eV} \pm 0,01 \text{ eV}$ in AgCl -, $0,40 \pm 0,01 \text{ eV}$ in AgBr -Kristallen), daß jeweils nur eine deutlich hervortretende Absorptionsbande in allen photochemisch erzeugten Absorptionsspektren neben der strukturarmen Absorption auftritt und daß diese Banden stets am langwelligen Ende des Spektrums liegen; ferner wird das Verhältnis der Absorptionskonstanten in den Hauptbanden zu denen der benachbarten strukturarmen Absorption ebenfalls im wesentlichen vom Grundgitter bestimmt.

Es wäre noch möglich, daß die Absorptionszentren in verschiedenen sensibilisierten Kristallen mit gleichem Wirtsgitter jeweils analog aufgebaut sind, sich aber für verschiedene Grundgitter unterscheiden. Derartige, bereits kompliziertere Modellvorstellungen erwiesen sich auf Grund der vorliegenden experimentellen Ergebnisse als unnötig; gegen sie spricht die einheitliche Beziehung für die Lagen der Bandenmaxima im Spektrum: $E = E_0 + E_s$ (s. oben).

Der positive Temperaturkoeffizient der Quantenausbeute und der Grenzverfärbung wäre nur schwer verständlich, wenn nur die Anlagerung von Elektronen an Vorzentren zur Bildung des endgültigen Absorptionszentrums führte. Vielmehr muß man mit der Beteiligung von Ionenprozessen am photochemischen Geschehen rechnen. Die Temperaturabhängigkeit der Ionenwanderung erklärt dann den Temperaturkoeffizienten der photochemischen Reaktion.

Bereits der unverfärbte Kristall zeigt charakteristische Absorptionsbanden in seiner Zusatzabsorption^{3) 5)}. Es liegt nahe, die Sensibilisatoranionen für diese verantwortlich zu machen. Die Absorptionszentren, die bei der Verfärbung gebildet werden, müssen ebenfalls unter Beteiligung des Sensibilisators aufgebaut sein, sie müssen sich jedoch von den Absorptionszentren, die die charakteristischen Banden der Zusatzabsorption verursachen, unterscheiden; schließlich müssen Ionenwanderungsprozesse bei ihrer Bildung ablaufen. Das vermutlich einfachste Modell für die photochemisch erzeugten Absorptionszentren, mit dem man diesen Gesichtspunkten Rechnung tragen kann, ist das folgende.

Durch den Herstellungsprozeß des Kristalls, vor allem die Abschreckbehandlung, sind in den Silberbromid- bzw. Silberchloridkristallen außer isolierten Störstellen auch Störstellenkomplexe vorhanden. Als primärer Elektronenfänger wird ein Komplex angenommen, der aus einer Anionenlücke und einem Sensibilisatoranion besteht. Nach dem Einfang eines Elektrons soll sich ein Silberion auf Zwischengitterplatz aus der Umgebung an dieses Vorzentrum anlagern, und damit das stabile und beobachtbare Absorptionszentrum der langwelligen Hauptbande gebildet werden. (Beteiligung eines Ionenprozesses an der Zentrenbildung.) Den photochemischen Prozeß kann man demnach so beschreiben (zur Nomenklatur¹⁻⁶⁾, S'_0 = Sensibilisatoranion auf einem Gitterplatz, Br für Br oder Cl):



Das Elektron wird sich vorwiegend in der Anionenlücke aufhalten; die Tiefe dieser Falle wird durch das benachbarte Sensibilisatoranion und den aus

dem Sensibilisatoranion und dem Ag° -Ion gebildeten Dipol beeinflußt. Dem entspricht der experimentelle Befund, daß die langwellige Hauptbande um so kurzwelliger liegt, je größer der Ionenradius und die Polarisierbarkeit des Sensibilisatoranions sind (Tab. 5).

Tabelle 5

Sensibilisator	Langwellige Hauptbande in AgCl-Mischkrist.	Langwellige Hauptbande in AgBr-Mischkrist.	Polarisierbarkeit des Sensibilisatoranions (nach Fajans u. Joos) $\alpha \cdot 10^{25}/\text{cm}^3$	Ionenradius des Sensibilisatoranions (nach Goldschmidt) Å
Ag_2S	1,65 eV	1,31 eV	86	1,74
Ag_2Se	1,83 eV	1,51 eV	112	1,91

Die Ablösung der Elektronen erfolgt entweder am Sensibilisator oder (dieses vermutlich bei Röntgenlichtbestrahlung vorwiegend) im Grundgitter, wobei die Defektelektronen vom Sensibilisator eingefangen werden. — Das angegebene Modell soll der weiteren Diskussion zugrunde gelegt werden, obgleich zahlreiche andere Modelle denkbar sind. Auf viele von diesen lassen sich aber die folgenden Betrachtungen leicht übertragen.

Als Spender von Zwischengitterionen kommen bei tiefen Temperaturen wohl in erster Linie $\text{Ag}^{\circ}\text{S}_6^-$ -Komplexe und eventuell Gitterversetzungen in Frage; ferner können isolierte Zwischengitterionen eine Rolle spielen. Die Anlagerung des Ag° -Ions an ein Vorzentrum ($\text{S}_6\text{Br}_{\square} + e^-$) muß erfolgen, bevor das Elektron wieder abgespalten wird; denn nur so kann es zur Bildung eines stabilen Absorptionszentrums kommen.

Je nach der Lage des Vorzentrums $\text{S}_6\text{Br}_{\square}$ zum Ag° -Ionenspender wird die Stabilisierung mehr oder weniger leicht erfolgen. Die Gesamtheit der Vorzentren zerfällt somit in Gruppen von solchen, die jeweils annähernd gleiche Stabilisierungsaussichten haben. Je höher die Bestrahlungstemperatur gewählt wird, desto mehr dieser Gruppen können am chemischen Prozeß teilnehmen, desto größer wird also die Grenzverfärbung sein. Der einzelne Prozeß wird ebenfalls mit um so größerer Wahrscheinlichkeit zum stabilen Endprodukt führen, je höher die Bestrahlungstemperatur und je größer damit die Ionenbeweglichkeit sind. Demnach wird auch die Quantenausbeute mit der Bestrahlungstemperatur ansteigen.

Es sei w_m die Wahrscheinlichkeit, daß ein Vorzentrum der Gruppe m ein eingefangenes Elektron (unter Anlagerung eines Zwischengitter-Ions) stabil binden kann; n_m sei die Zahl der Vorzentren dieser Gruppe. Dann ist die relative Wahrscheinlichkeit, daß ein Elektron gerade in ein Zentrum der Gruppe m eingefangen wird: $w'_m = \frac{n_m}{\sum_r n_r}$ (gleiche Einfangquerschnitte voraus-

gesetzt, daher entspricht w'_m der relativen Konzentration), und die Wahrscheinlichkeit, daß es in irgendeinem Vorzentrum eingefangen und stabilisiert wird: $W = \sum_r w'_r w_r$. Nimmt man noch an, daß das Elektron weitere Vorzentren erreichen kann, wenn es nicht sogleich stabil gebunden wird, im Mittel

etwa \bar{n} , so ergibt sich: $W = \bar{n} \sum_r w'_r w_r$; W ist maßgebend für die Ausbeute der photochemischen Reaktion. w'_m ist bei einer vorgegebenen Kristallprobe geometrisch und durch den Herstellungsprozeß bedingt und temperaturunabhängig, während die Temperaturabhängigkeit der w_r diejenige von η bestimmt ($\eta \sim W$).

Ist $\bar{\tau}$ die mittlere Lebensdauer der Elektronen in den Vorzentren (bei einer bestimmten Temperatur), so können nur solche $\text{Ag}^{\circ}_\square$ -Ionen stabilisierend wirken, die innerhalb einer Zeit von der Größenordnung von $\bar{\tau}$ heranzuwandern können. Sie müssen sich dann in einem Abstand $r < r_0$ befunden haben ($r_0 \approx [D\bar{\tau}]^{1/2}$ bei Brownscher Bewegung der Zwischengitterionen, D Diffusionskonstante; $r_0 \approx \mu \bar{\tau} E_{\text{eff}}$, μ Beweglichkeit der $\text{Ag}^{\circ}_\square$ -Ionen, E_{eff} mittleres elektrisches Feld, bei gerichteter Bewegung im elektrischen Feld).

Setzt man räumliche Gleichverteilung der $\text{Ag}^{\circ}_\square$ -Spender voraus, so ist die Wahrscheinlichkeit einem solchen innerhalb r_0 zu finden, proportional r_0^3 ; die Anzahl der Vorzentren, die sich bei einer bestimmten Temperatur stabil mit Elektronen füllen lassen, ist also ebenfalls proportional r_0^3 , speziell bei Ionendiffusion:

$$K_{\text{max}} \sim [D\bar{\tau}]^{3/2}$$

bei Wanderung im elektrischen Feld:

$$K_{\text{max}} \sim [\mu \bar{\tau}]^3$$

Sind ν_1 und ν_2 die Sprungfrequenzen der Zwischengitterionen bzw. der in den Vorzentren eingefangenen Elektronen, so sollen exponentielle Temperaturabhängigkeiten angenommen werden⁶⁾:

$$\nu_1 = \nu_{10} \exp [-U_0/kT],$$

$$\nu_2 = \nu_{20} \exp [-U_3/kT].$$

Hiermit findet man für die Grenzverfärbung:

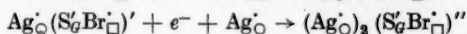
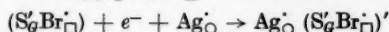
$$K_{\text{max}} \sim \exp [-U_1/kT] \text{ mit } U_1 = \frac{3}{2} [U_0 - U_3] \text{ [Diff.]}$$

$$\text{bzw. } U_1 = 3 [U_0 - U_3] \text{ [elektr. Leitung].}$$

Es soll angenommen werden, daß die Quantenausbeute proportional zu r_0 ist und damit r_0 die Temperaturabhängigkeit bestimmt⁶⁾. Man erhält dann wiederum eine Temperaturabhängigkeit in Form eines Exponentialgesetzes:

$$\eta = \eta_0 \exp [-U_2/kT] \text{ mit } U_2 = \frac{1}{3} U_1.$$

Der strukturarme Bereich des Absorptionsspektrums weist eine höhere Aktivierungsenergie für die Grenzverfärbung auf als die langwellige Hauptbande (Abb. 12). Hieraus kann man im Rahmen der Modellvorstellung auf eine stärkere Beteiligung von Ionenprozessen schließen. Zum Beispiel bekäme man für die Bildung eines $(\text{Ag}^{\circ}_\square)_2 (\text{S}^{\circ}_\square \text{Br}^{\circ}_\square)''$ -Zentrums nach den Formeln:



eine Aktivierungsenergie $U'_1 = 3 (2 U_0 - U'_3 - U_3)$ [spez. elektr. Leit.], wenn die Sprungfrequenz des zweiten Elektrons im $\text{Ag}^{\circ}_\square (\text{S}^{\circ}_\square \text{Br}^{\circ}_\square)''$ -Komplex nach $\nu'_0 = \nu_{00} \exp [-U'_3/kT]$ von der Temperatur abhängt. Bei $U_0 > U'_3$ folgt $U'_1 > U_1$.

Die infrarote Absorption, die bei erhöhten Bestrahlungstemperaturen erzeugt wird (Abb. 13, 14), ist thermisch sehr stabil. Durch Erwärmen auf Zimmertemperatur ließ sich eine Umwandlung in kolloidales Silber weder im Dunkeln noch bei Einstrahlung nachweisen. Es scheint sich demnach kaum um ein Vorstadium der Silberkolloidbildung zu handeln, sondern eher um eine Ersatzbildung, die dann eintritt, wenn die Reaktionsbedingungen (z. B. Temperatur) eine Bildung kolloidalen Silbers nicht gestatten. Welcher Art die hierbei gebildeten Absorptionszentren sind, ließ sich aus den vorliegenden Experimenten nicht schließen.

Die verschiedenen photochemischen Reaktionsbereiche in Abhängigkeit von der Bestrahlungstemperatur sind bei der Bestrahlung mit Röntgenlicht die gleichen wie bei der mit kurzem sichtbaren Licht. Die vorliegenden Reaktionshemmungen können also durch die Verwendung energiereicher Quanten nicht durchbrochen werden.

Herrn Prof. Stasiw bin ich für anregende Diskussionen zu Dank verpflichtet.

Berlin, Institut für Kristallphysik der Deutschen Akademie der Wissenschaften.

Bei der Redaktion eingegangen am 8. Januar 1958.

Thermische Druckschwankungen in einem Gas als natürliche Grenze für Messungen der Oberflächenspannung nach der Blasendruckmethode

Von G. Passoth

Mit 3 Abbildungen

Inhaltsübersicht

Die „natürliche Grenze“ für Oberflächenspannungsmessungen nach der Blasendruckmethode ist durch die thermischen Druckschwankungen des in der Kapillaren eingeschlossenen Gases gegeben. Sie wurden mit einer Meßanordnung nachgewiesen, die für Relativmessungen der Oberflächenspannung von Lösungen entwickelt wurde. Bei ihr tauchen zwei miteinander verbundene Kapillaren so tief in die Flüssigkeit — hier Wasser — ein, daß der Abreißdruck an beiden Kapillarenöffnungen gleich groß ist. Die Druckschwankungen machen sich dann in der Weise bemerkbar, daß die Gasblasen in statistischer Verteilung bald aus der einen, bald aus der anderen Kapillaren austreten.

Bei der Bestimmung der Konzentrationsabhängigkeit der Oberflächenspannung hochverdünnter wäßriger Elektrolytlösungen tritt das Problem auf, Änderungen der Oberflächenspannung in der Größenordnung von 10^{-2} dyn/cm mit einer Genauigkeit von mindestens 3% zu messen, wenn eine Prüfung der Theorie möglich sein soll, die Onsager und Samaras¹⁾ hierfür gegeben haben. Wie Tarnick²⁾ gezeigt hat, sollte diese hohe Anforderung erfüllbar sein mit einer Relativmethode, die im Prinzip bereits von Jäger³⁾ angewandt wurde, seither aber völlig in Vergessenheit geraten war. Mit ihrer Hilfe wird direkt das Verhältnis der Oberflächenspannung der Lösung zu derjenigen des Lösungsmittels gemessen.

Das Wesentliche der Methode besteht in folgendem: Zwei miteinander verbundene Kapillaren verschiedenen Durchmessers tauchen in die Lösung. Die Differenz der Eintauchtiefen von beiden ist variabel und wird so eingestellt, daß der maximale Blasendruck an beiden Kapillarenöffnungen gleichzeitig überschritten wird, die Blasen sich also gleichzeitig ablösen, wenn man das Gas aus einem Druckballon in die Kapillaren einströmen läßt. Die dann

¹⁾ L. Onsager, N. T. Samaras, J. chem. Physics. **2**, 529 (1934). Neuere Theorien, wie etwa die von A. Pérez Masiá, Ann. de la Real Españ. Fisica Quim. Ser. A Fis. Tomo **1**, 5 (1954), ergeben bei Konzentrationen bis etwa 10^{-2} n für 1-lwertige Elektrolytlösungen gleiche Ergebnisse.

²⁾ U. Tarnick, Exp. Techn. d. Phys. **5**, 162, (1957).

³⁾ G. Jäger, S.-B. Akad. Wiss. Wien, 1896, S. 425.

erreichte Differenz der Eintauchtiefen der beiden Kapillaren hängt von der Oberflächenspannung ab. Es ist nämlich in erster Näherung:

$$h_0 = \frac{2\sigma}{\varrho g} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right). \quad (1)$$

Darin bedeuten: h_0 die Differenz der Eintauchtiefen, σ die Oberflächenspannung, ϱ die Dichte der Lösung, g die Erdbeschleunigung, r_1, r_2 die Radien der beiden Kapillaren. Da sich nun Änderungen in der Differenz der Eintauchtiefen sehr genau bestimmen lassen, lassen sich auch Änderungen der Oberflächenspannung mit entsprechender Genauigkeit messen.

Die vorliegende Untersuchung soll zeigen, daß es mit dieser Methode möglich ist, die durch die thermischen Druckschwankungen des in den Kapillaren eingeschlossenen Gases gegebene Meßgrenze der Methode zu erreichen. Gleichzeitig werden damit auch erstmalig diese Druckschwankungen, deren Existenz freilich seit langem nicht zweifelhaft ist, experimentell unmittelbar nachgewiesen.

Die Meßanordnung ist im Prinzip die gleiche, wie sie von Tarnick beschrieben worden ist; jedoch wurde sie unter Ausnutzung der von ihm gemachten Erfahrungen in einigen entscheidenden Punkten verbessert. Sie ist

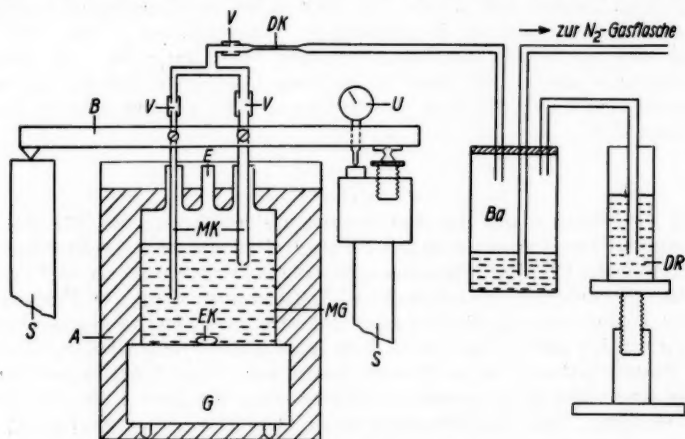


Abb. 1. Skizze der Meßanordnung

in Abb. 1 schematisiert dargestellt. Die beiden über ein T-Stück miteinander und mit dem Druckballon (Ba) verbundenen Meßkapillaren (MK) waren in einem stabilen Stahlbalken (B) mit rechteckigem Profil gehalten. Sie waren an der Austrittsöffnung konisch angeschliffen, um eine einwandfreie Ablösung der Blasen von den Kapillaren zu erreichen. Dabei wurde darauf geachtet, daß der beim Brechen der Kapillaren entstehende scharfe Kapillarenrand unbeschädigt blieb. Zur Regulierung des in die Meßkapillaren eintretenden Gasstromes diente die Drosselkapillare DK; sie hatte einen Durchmesser von etwa 0,01 mm und eine Länge von einigen cm. Der leichten Auswechselbarkeit halber war das T-Stück sowohl mit der Drosselkapillaren als auch mit den Meß-

kapillaren durch kurze Gummischläuche (V) verbunden. In dem Druckballon konnte durch eine einfache automatische Regelung⁴⁾ (DR) ein konstanter Überdruck aufrechterhalten werden. Der Stahlbalken ruhte einerseits mit einer dort angebrachten Schneide auf dem polierten Ende einer quadratischen Stahlsäule (S), wobei die Schneide als Drehachse wirkt, um die der Balken gedreht werden konnte. Die andere Seite des Balkens wurde von einer Schraube getragen, mit deren Hilfe diese Seite gehoben bzw. gesenkt werden konnte. Die Höhenänderung wurde mit einer in $\frac{1}{1000}$ mm geteilten Meßuhr (U) gemessen. Die Einzelheiten auf dieser Seite des Balkens sind aus Abb. 1 erkennbar und wohl ohne weitere Erklärungen verständlich.

Bei der Drehung des Balkens um die Schneide auf seiner linken Seite ändert sich die Differenz der Eintauchtiefen der beiden Meßkapillaren. Diese Änderung läßt sich aus der Geometrie der Anordnung und der an der Meßuhr abzulesenden Höhenänderung des rechten Balkenendes berechnen. Die Länge des Meßbalkens von der Schneide bis zur Fühlerspitze der Meßuhr betrug 550 mm, der Abstand der beiden Kapillaren voneinander 33 mm.

Die beiden tragenden Stahlsäulen waren auf einer schweren Eisenplatte befestigt, die genügend erschütterungsfrei auf einer sandgefüllten Tonne lag. Zwischen beiden trug die Eisenplatte ein wassergefülltes Aquarium (A), dessen Inhalt (50 l) durch einen Ultrathermostaten im Umlaufverfahren auf konstanter Temperatur gehalten wurde und zur Temperierung des Meßgefäßes (MG) mit der darin befindlichen Lösung diente. Das Aquarium war durch einen Wattemantel gegen die Umgebung wärmeisoliert. Das Meßgefäß war auf ein wasserdichtes Gehäuse (G) gekittet, in dem sich ein Elektromotor mit einem auf seiner Achse befestigten Hufeisenmagneten befand. Er diente dazu, mit Hilfe eines kleinen in Glas eingeschmolzenen Eisenkerns (EK), der auf dem Boden des Meßgefäßes lag, die Lösung nach Bedarf umzurühren.

Die Temperatur des Wasserbades im Aquarium wurde bis auf wenige 10^{-3} Grad konstant gehalten. Um dies zu erreichen, wurde der oben erwähnte Ultrathermostat (nach Höppler) zweckentsprechend umgebaut: Die Heizung wurde so umgeschaltet, daß dauernd mit einer Leistung von 200 Watt geheizt und lediglich eine zusätzliche Leistung von etwa 30 Watt durch ein $\frac{1}{10}$ -Grad-Kontaktthermometer geschaltet wurde. Die Kühlschlange des Thermostaten war gegen ein einfaches doppelwandiges Glasrohr ausgetauscht, weil sich zeigte, daß die erstere immer wieder durch Luftblasen, die aus der Wasserleitung stammten, verstopft wurde. Solange sich die Schwankungen der Zimmertemperatur in Grenzen von 1 bis 2 Grad hielten, konnte auf diese Weise die Temperatur im Aquarium, die mit einem Beckmann-Thermometer kontrolliert wurde, in den oben genannten Grenzen über viele Stunden konstant gehalten werden. Bei stärkeren Änderungen der Zimmertemperatur genügte es, die Wasserkühlung durch mehr oder minder tiefes Eintauchen des Kühlrohres nachzuregulieren.

Nach jeder Meßreihe wurde der Stahlbalken mitsamt den Kapillaren, nachdem hinter dem T-Stück die Schlauchverbindung zur Drosselkapillare gelöst war, von den tragenden Säulen abgehoben und so auf ein Hilfestell gelegt, daß die Kapillaren in ein mit Chromschwefelsäure gefülltes Gefäß tauchten. Ebenso wurde das Meßgefäß in entsprechender Weise gesäubert.

⁴⁾ U. Tarnick, a. a. O.

Zur neuen Messung wurden dann zunächst alle Teile mit H_2O gespült und schließlich das Meßgefäß soweit mit H_2O gefüllt, daß die Kapillarenöffnungen genügend weit — mindestens 2 cm — sowohl vom Boden als auch von der Oberfläche entfernt waren. Ihr kleinster Abstand von der Gefäßwand betrug etwa 3 cm. Nachdem die Temperatur über mindestens $\frac{1}{2}$ Stunde konstant geblieben war, wurde mit den Messungen begonnen.

Dabei zeigte sich nun sofort die schon von Tarnick beschriebene Erscheinung, daß nämlich unter keinen Umständen zu erreichen war, daß die Blasen aus beiden Kapillaren gleichzeitig austraten. Vielmehr gab es einen gewissen Bereich in der Differenz der Eintauchtiefen (h), in dem die Blasen bald aus der einen, bald aus der anderen Kapillaren austraten. Gegenüber den Beobachtungen von Tarnick ergab sich nur insofern ein quantitativer Unterschied, als jetzt der genannte Bereich wesentlich kleiner war. Zweifellos ist dies auf die hier durchgeführten Verbesserungen der Apparatur zurückzuführen.

Natürlich läßt sich trotz dieser Unregelmäßigkeiten der Wert von h , bei dem die Blasen gleichzeitig austreten sollten (d. h. also h_0 aus Gl. (1)), innerhalb gewisser Fehlergrenzen feststellen. Man hat dazu die Blasen zu zählen, die bei verschiedenen Einstellungen von h aus beiden Kapillaren während einer genügend langen Meßzeit austreten und dann etwa, wie es Tarnick macht, durch lineare Interpolation den Wert festzustellen, für den das Verhältnis der aus beiden Kapillaren austretenden Blasen Zahlen gleich 1 ist. Die Zählung der Blasen wurde mechanisiert, indem die von einer Quecksilberlampe beleuchteten Kapillarenöffnungen auf zwei Cd S-Widerstandszellen abgebildet und die Blasen schließlich durch gewöhnliche Zählwerke registriert wurden.

Bei dem von Tarnick angewandten Auswertverfahren bleibt es zunächst fraglich, in welchem Bereich von h eine lineare Interpolation zulässig ist. Zu einem Auswertverfahren mit größerem Informationsgehalt, bei dem man

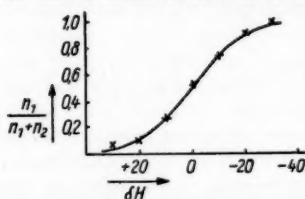


Abb. 2. Ordinate: Verhältnis der während der Meßzeit aus einer Kapillaren austretenden Blasenanzahl zur Gesamtblasenzahl. Abszisse: Anzeige der Meßuhr. Der 0-Punkt ist so verschoben, daß er bei dem Ordinatenwert 0,5 liegt. Die Abszisse ist bis auf eine hier gleichgültige additive Konstante proportional h , der Differenz der Eintauchtiefen der beiden Kapillaren

gleichzeitig die erwähnte Unsicherheit vermeidet, kommt man, wenn man bedenkt, daß die Unregelmäßigkeit des Blasenaustritts darauf zurückzuführen ist, daß die „Gleichgewichtslage“, d. h. die Stellung der Kapillaren, bei der im Idealfall die Blasen gleichzeitig austreten sollten, offenbar Schwankungen unterworfen ist. Dann stellt aber das Verhältnis $\frac{n_1}{n_1 + n_2}$ der Blasenanzahl, die während einer gewissen Meßzeit aus der ersten Kapillaren austreten (n_1) zur Gesamtblasenzahl ($n_1 + n_2$) die Wahrscheinlichkeit dafür dar, daß die eingestellte Differenz der Eintauchtiefen um mehr als einen vorerst unbekannten Betrag von dem wahrscheinlichsten Wert von h bei der Gleichgewichtslage, also von h_0 abweicht.

Stellt man nun $\frac{n_1}{n_1 + n_2}$ in Abhängigkeit von der Änderung von h — die absolute Größe von h spielt bei diesen Überlegungen keine Rolle — dar, so er-

hält man Kurven von der in Abb. 2 dargestellten Art. In ihr ist als Abszisse nicht die Änderung δh selbst, sondern die auf der Meßuhr abgelesene Höhenänderung des rechten Balkenendes aufgetragen. Wie oben ausgeführt wurde, läßt sich die erstere aus dieser berechnen. Es ist im vorliegenden Fall

$$\delta h = \frac{33,0}{550} \delta H,$$

wo δH jene Höhenänderung des rechten Balkenendes bedeutet. Abb. 2 stellt offenbar eine Gaußsche Fehlerintegralkurve dar. Sie ist zu erwarten, wenn die Schwankungen der Gleichgewichtslage rein statistischer Natur sind. Die ausgezogene Kurve ist die Fehlerintegralkurve, die die Meßpunkte (\times) am besten annähert. Daß eine derartig gute Annäherung überhaupt möglich ist, zeigt, daß die Messungen mit keinerlei systematischem Fehler behaftet sind.

Aus der Kurve kann man nun für $\frac{n_1}{n_1 + n_2} = 0,5$ zunächst die Gleichgewichtslage entnehmen. Sie ist für unsere Fragestellung gleichgültig. Wichtig ist jedoch, daß aus der Steigung der Kurve im geradlinigen Teil die Größe des mittleren Fehlers entnommen werden kann, mit dem die Differenz der Eintauchtiefen in der Gleichgewichtslage bei einer Einzelmessung behaftet ist; d. h. die Größe, die man meist kurz mit „mittlerer Schwankung“ von h_0 bezeichnet. Es ist nämlich

$$\sqrt{\Delta h_0^2} = \frac{33,0}{550} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{1}{d \left(\frac{n_1}{n_1 + n_2} + \frac{n_2}{n_1 + n_2} \right)} \right] \cdot \frac{n_1}{n_1 + n_2} = 0,5. \quad (2)$$

Diese Beziehung ergibt sich aus dem Gaußschen Fehlergesetz. Der Faktor $\frac{33,0}{550}$ rechnet den direkt aus der Kurve zu entnehmenden Wert von $\sqrt{\Delta H_0^2}$ auf $\sqrt{\Delta h_0^2}$ um.

Im allgemeinen hing die Steigung der Fehlerintegralkurve und somit die mittlere Schwankung von h_0 von der Geschwindigkeit ab, mit der das Gas in die Meßkapillaren einströmte und damit von der Blasenfrequenz. Durch Änderung des Überdruckes im Druckballon (vgl. Abb. 1) wurde die reziproke Blasenfrequenz in den Grenzen 2 Minuten pro Blase und 14 Sekunden pro Blase variiert. Meist verlief die Fehlerintegralkurve desto flacher, d. h. die mittlere Schwankung von h_0 war desto größer, je größer die Blasenfrequenz war. Nur bei einem Kapillarenpaar war die Steigung der Kurve unabhängig von der Blasenfrequenz⁵⁾. Jedoch ergaben sich bei sehr kleinen Blasenfrequenzen bei allen Kapillaren ähnliche Werte von $\sqrt{\Delta h_0^2}$. Die größte reproduzierbar erreichte Steilheit und die sich danach aus (2) ergebende mittlere Schwankung von h_0 (in 10^{-4} cm) ist für verschiedene Kapillarenpaare in Tab. 1 angegeben.

⁵⁾ Einige weitere Beobachtungen zu dieser Erscheinung sollen im Zusammenhang mit der Messung der Oberflächenspannung verdünnter Elektrolytlösungen a. a. O. mitgeteilt werden. Sie legen die Vermutung nahe, daß hier unter anderem das Kapillarenmaterial eine gewisse Rolle spielt.

Die angegebenen Werte für die reziproke Steigung stellen Mittelwertedar, und zwar aus 10 Einzelwerten bei dem Kapillarenpaar I bzw. aus je 9 Einzelwerten bei II und III bzw. 3 Einzelwerten bei IV. Aus der Streuung der Einzelwerte ergibt sich der mittlere Fehler für die Bestimmung von $\sqrt{\Delta h_0^2}$ bei den ersten drei Paaren zu etwa $\pm 10\%$; für das letzte Paar ist er entsprechend der geringeren Zahl von Einzelmessungen größer.

Tabelle 1
Steilheit der Fehlerintegralkurve und mittlere Schwankung von h_0 bei vier verschiedenen Kapillarenpaaren. $2 r_1$ bzw. $2 r_2$ sind die Durchmesser der Kapillaren in mm

Nr.	$2 r_1$	$2 r_2$	$\left[\frac{1}{d} \frac{d(n_1/n_1 + n_2)}{d(\delta H)} \right]_{n_1 + n_2} = 0,5$	$\sqrt{\Delta h_0^2} [\mu]$
I	0,53	0,80	11,0	0,26
II	0,56	0,80	11,3	0,27
III	0,60	0,80	10,9	0,26
IV	0,60	0,85	11,0	0,26

Wie man sieht, ist die mittlere Schwankung von h_0 erstaunlich gering. Es ist plausibel, daß dieses Ergebnis nur bei bester Konstanthaltung aller Versuchsbedingungen zu erreichen war. Die beiden hauptsächlichsten Fehlerquellen, die die Schwankungen heraufsetzen können, sind räumliche Schwankungen der Temperatur und kleinste kapillaraktive Verunreinigungen des Wassers. Die oben angegebenen Werte für die Schwankung von h_0 würde schon durch die Temperaturabhängigkeit der Oberflächenspannung von Wasser verursacht werden, wenn die Temperatur an den Kapillarenöffnungen unabhängig voneinander um $2 \cdot 10^{-3}$ Grad schwanken würde. Dies läßt sich leicht aus (1) unter Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes errechnen. Aus diesem Grunde wurde auch etliche Mühe darauf verwandt, die Temperatur bereits im äußeren Wassermantel auf wenige 10^{-3} Grad konstant zu halten. Dann kann man sicher sein, daß im Inneren des Meßgefäßes keine Temperaturinhomogenitäten von dieser Größenordnung auftreten. Zeitliche Temperaturschwankungen (bei räumlicher Homogenität) machen sich dagegen nicht so stark bemerkbar. In dieser Hinsicht würde eine Konstanz bis auf einige 10^{-2} Grad ausreichend sein.

Eine andere Ursache für Schwankungen von h_0 bilden, wie erwähnt, geringste kapillaraktive Verunreinigungen des Wassers. So zeigt z. B. technisch destilliertes Wasser eine erheblich größere Schwankung als die in Tab. 1 angegebene. Selbst Verunreinigungen, die noch keine meßbare Veränderung der Oberflächenspannung hervorrufen, machen sich in einer Verflachung der Fehlerintegralkurve, d. h. in einer größeren Schwankung von h_0 bemerkbar. Die Erreichung der oben angegebenen Werte für diese scheint direkt als Kriterium dafür brauchbar zu sein, daß das benutzte Wasser den hohen Anforderungen bezüglich Freiheit von kapillaraktiven Verunreinigungen genügt, die man an jenes stellen muß, wenn es als Lösungsmittel für anorganische Salze bei Oberflächenspannungsmessungen brauchbar sein soll. Die hier wiedergegebenen Werte wurden sowohl mit Wasser erhalten, das aus einer

Passoth.

Quarz-
destille

Als

der Ka

dann o

Radier

daß di

sein m

wenn

in die

bei la

fließt,

eine W

tiven

den K

die ob

damit

meist

Dicke

quenz

Na

von h

Grenz

Konst

den be

hier c

den F

mittle

Abrei

reißd

hängi

Die il

einzel

wo sic

stand

erhält

Für c

Für t

daß

e)

7)

Quarzdestille gewonnen war, als auch mit solchem aus einer verzinkten Kupferdestille.

Als weitere Ursachen für eine Inkonzanz von h_0 kommen Schwankungen der Kapillarenradien in Frage. Man erhält wiederum aus Gl. (1), daß bereits dann die oben angegebene mittlere Schwankung zu erklären wäre, wenn diese Radien unabhängig voneinander um 14 \AA schwanken würden; das bedeutet, daß die Radien bis auf mindestens fünf Wassermoleküldurchmesser konstant sein müssen. Eine derartige Konstanz ist keineswegs selbstverständlich, wenn man bedenkt, daß, sobald nach dem Austritt einer Blase das Wasser in die Kapillaren bis zu einer gewissen Höhe zurückgesprungen ist und dann bei langsamer Erhöhung des Gasdruckes das erstere allmählich wieder ausfließt, indolge der Zähigkeit des Wassers an der Innenwand der Kapillaren eine Wasserhaut hängen bleibt; ihre Dicke ist mitbestimmend für den effektiven Kapillarenradius und ist davon abhängig, wie rasch das Wasser aus den Kapillaren herausgedrückt wird. Möglicherweise hängt hiermit übrigens die oben erwähnte Erscheinung zusammen, daß bei raschem Abfließen und damit großen Blasenfrequenzen die Schwankungen der Gleichgewichtslage meist größer sind als bei kleinen Blasenfrequenzen: Bei letzteren scheint die Dicke der Wasserhaut besser definiert zu sein als bei jenen größeren Frequenzen.

Nachdem es unter keinen Umständen gelang kleinere Schwankungen von h_0 zu erreichen, wurde die Frage nahe gelegt, welches die „natürliche Grenze“ der Meßmethode ist. Bedenkt man, daß h_0 bis auf eine additive Konstante proportional ist der Differenz der maximalen Blasendrucke an den beiden Kapillarenöffnungen, so sieht man ein, daß diese natürliche Grenze hier offenbar gegeben ist durch die thermischen Druckschwankungen des in den Kapillaren eingeschlossenen Gases auf die Blasenoberfläche. Ist der mittlere Druck gerade gleich dem an beiden Kapillarenöffnungen gleichen Abreißdruck, dann hängt es vom Zufall ab, an welcher Öffnung dieser Abreißdruck zuerst überschritten wird. Man wird also die voneinander unabhängigen Druckschwankungen auf die Blasenoberflächen zu berechnen haben. Die ihnen entsprechenden Schwankungen von h_0 erhält man aus der für jede einzelne Kapillare geltende Gleichung

$$p_{1,2} = \frac{2\sigma}{r_{1,2}} + \rho g h_{1,2}, \quad (3)^6$$

wo sich die Indizes auf die beiden Kapillaren beziehen und $h_{1,2}$ hier den Abstand der Kapillarenöffnung von der freien Wasseroberfläche bedeutet. Man erhält mit $h_0 = h_1 - h_2$

$$\overline{\Delta h_0^2} = \overline{\Delta h_1^2} + \overline{\Delta h_2^2} = \frac{1}{\rho g} (\overline{\Delta p_1^2} + \overline{\Delta p_2^2}). \quad (4)$$

Für die Druckschwankungen kann man eine Berechnung übernehmen, die Fürth⁷⁾ angegeben hat. Er findet mit Hilfe von Entropiebetrachtungen, daß

$$\sqrt{\Delta P^2} = P_0 \sqrt{\frac{z}{N}} \quad (5)$$

⁶⁾ Aus dieser Gleichung erhält man mit $\bar{p}_1 = \bar{p}_2$ Gl. (1).

⁷⁾ R. Fürth, Schwankungserscheinungen in der Physik, Braunschweig 1920.

ist. Darin bedeuten: $\sqrt{\overline{\Delta P^2}}$ die mittlere Druckschwankung, P_0 den mittleren Druck, $\kappa = c_p/c_v$ das Verhältnis der spezifischen Wärmen und N die Anzahl der in dem Volumen eingeschlossenen Moleküle.

Diese Gleichung läßt sich auch in folgender Weise leicht herleiten, die besonders einsichtig auf das vorliegende Problem zugeschnitten ist: Man betrachte ein kleines Gasvolumen V (Abb. 3), das einerseits über ein enges Loch in einer im übrigen wärmeundurchlässigen Wand mit einem sehr großen

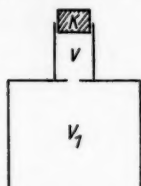


Abb. 3. Zur Berechnung der Druckschwankungen. Vgl. Text

Volumen V_1 in Verbindung steht und andererseits durch einen beweglichen Kolben K abgeschlossen ist, dessen Gewicht der dem Gasdruck P im Innern von V entsprechenden Kraft das Gleichgewicht hält⁸⁾. Der Kolben führt dann eine Brownsche Bewegung aus. Seine mittlere potentielle Energie läßt sich durch die entsprechende Änderung von P und V ausdrücken und ist gegeben durch

$$\overline{E_{\text{pot}}} = -\frac{1}{2} \overline{\Delta P \Delta V} = \frac{1}{2} k T. \quad (6)$$

Einen weiteren Zusammenhang zwischen ΔP und ΔV erhält man, wenn man bedenkt, daß merkliche Druckänderungen in V nur durch sehr rasche Bewegungen des Kolbens hervorgerufen werden, wobei die Zustandsänderung des Gases in V in erster Näherung adiabatisch erfolgt. Die langsamen Bewegungen des Kolbens rufen keine Druckschwankungen hervor, sondern neben einer Volumenänderung lediglich — durch das Loch, das die Verbindung zu V_1 herstellt — eine Änderung der Zahl N der Moleküle, die in V_1 eingeschlossen sind. Aus der Adiabatangleichung $P V^\kappa = P_0 V_0^\kappa$ folgt nun in erster Näherung

$$\Delta V = -\frac{1}{\kappa} \frac{V_0}{P_0} \Delta P$$

und

$$\overline{\Delta P \Delta V} = -\frac{1}{\kappa} \frac{V_0}{P_0} \overline{\Delta P^2},$$

wobei P_0 und V_0 den mittleren Druck bzw. das mittlere Volumen von V bedeuten. Nach Einsetzen dieses Wertes in (6) folgt mit $P_0 V_0 = N k T$ sofort Gl. (5)⁹⁾.

Die hiernach zu berechnenden Druckschwankungen stellen zunächst einen Mittelwert in dem Sinne dar, daß man sie erhalten würde, wenn man den Mittelwert bildet über die an genügend vielen Stellen der Oberfläche des von

⁸⁾ In der oben beschriebenen experimentellen Anordnung entsprechen: Das Volumen V dem Kapillarenvolumen, das Volumen V_1 dem Gasballon, das Loch in der Wand zwischen V und V_1 der Drosselkapillare und der Kolben dem Wasser, in das die Meßkapillare eintaucht.

⁹⁾ In entsprechender Weise lassen sich die der Brownschen Bewegung des Kolbens entsprechenden Volumenschwankungen berechnen. Man muß hierbei beachten, daß die letzteren durch die zeitlich nur langsam veränderliche mittlere Stellung des Kolbens gegeben ist und daß dementsprechend die Zustandsänderung des Gases in V in erster Nä-

herung isotherm und isobar erfolgt. Denn ergibt sich die bekannte Gleichung $\frac{\overline{\Delta V^2}}{V_0^2} =$

$$\frac{\overline{\Delta N^2}}{N_0^2} = \frac{1}{N_0} \quad (\text{vgl. R. W. Pohl, Mechanik, XII. Aufl. 1955, S. 288f.}).$$

dem Gas eingenommenen Volumens gemessenen Druckschwankungen. Danach erhält man die Druckschwankungen $\sqrt{\Delta p^2}$ auf eine der beiden Blasenoberflächen auf Grund der Beziehung

$$\sqrt{\Delta p^2} = \sqrt{\frac{F}{f}} \sqrt{\Delta P^2},$$

wo F die erwähnte Gesamtoberfläche des Gasvolumens und f die Blasenoberfläche bedeuten. Die Ableitung dieser leicht aus statistischen Überlegungen zu erhaltenden Beziehung kann hier übergangen werden.

Die Anzahl N der in dem Gasvolumen eingeschlossenen Moleküle erhält man aus dem Volumen der beiden Kapillaren einschließlich des T-Stückes, über das sie miteinander verbunden sind bis zu der Drosselstelle, die die Kapillaren vom Gasballon trennt; durch diese hindurch können sich die raschen thermischen Druckschwankungen nicht mehr ausgleichen; die Zeitkonstante, mit der eine makroskopische Druckänderung in den Kapillaren abkling, betrug etwa 2 Minuten. Für N ergibt sich

$$(6) \quad N = V \cdot \frac{L}{V_m}.$$

Darin bedeuten V das obengenannte Volumen, L die Loschmidtsche Zahl und V_m das Molvolumen. Setzt man die Konstanten ein ($L = 6,02 \cdot 10^{23}$; $V_m = 22400 \text{ cm}^3$; $\kappa = 1,40$; $P_0 = 10^6 \text{ dyn/cm}^2$), so wird schließlich

$$\sqrt{\Delta p_{1,2}^2} = \sqrt{\frac{F}{f_{1,2}}} \cdot 2,28 \cdot 10^{-4} \text{ dyn/cm}^2,$$

wo sich die Indizes wieder auf die beiden Blasenoberflächen beziehen. Hieraus erhält man nach (4)

$$(\sqrt{\Delta h_0^2})_{\text{ber}} = \sqrt{\frac{F}{V} \left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \right)} \cdot 2,33 \cdot 10^{-7} \text{ cm}.$$

In Tab. 2 sind die für die vier Kapillarenpaare der Tab. 1 berechneten Werte von $\sqrt{\Delta h_0^2}$ sowie zum Vergleich noch einmal die entsprechenden gemessenen Werte angegeben.

Im Hinblick darauf, daß die experimentellen Resultate mit einem Fehler von 10% behaftet sind, wurde auf größere Mühe bei der Ausmessung der Kapillaren verzichtet. Dadurch können

die für $\sqrt{\Delta h_0^2}$ berechneten Werte Fehler von etwa derselben Größe haben.

Man erkennt, daß die experimentell gefundene Schwankung von h_0 innerhalb der Fehlergrenzen vollständig mit den aus den thermischen Druckschwankungen berechneten übereinstimmt. So darf man als erwiesen annehmen, daß die ersten auf diese Druckschwankungen zurückzuführen sind. Damit sind nicht nur diese Druckschwankungen nachgewiesen, vielmehr ist auch, was bereits eingangs erwähnt wurde, die natürliche Grenze der hier beschriebenen Meßmethode für Änderungen der Oberflächenspannung erreicht.

Tabelle 2
Berechnete und gemessene Schwan-
kung von h_0 in μ

Nr.	$(\sqrt{\Delta h_0^2})_{\text{ber}}$	$(\sqrt{\Delta h_0^2})_{\text{exp}}$
I	0,26	0,26
II	0,25	0,27
III	0,27	0,26
IV	0,26	0,26

Es mag schließlich noch darauf hingewiesen werden, daß die hier gefundenen Schwankungen, ähnlich wie bei allen entsprechenden Problemen der Meßtechnik, keine absolute Grenze für die Messung einer Änderung von h_0 darstellt. Vielmehr hängt der mittlere Fehler, mit dem diese bestimmt werden kann, von der Anzahl der Messungen ab, die zur Bestimmung von h_0 , d. h. des Wertes von H , für den $\frac{n_1}{n_1 + n_2} = 0,5$ ist, geführt haben. Er wird bei genügend großer Zahl von Messungen umgekehrt proportional der Wurzel aus dieser Zahl. In der Praxis ließen sich Änderungen von h_0 um $0,18 \mu$ noch mit einem mittleren Fehler von 10% messen.

Über einige Ergebnisse bei Messungen der Oberflächenspannung verdünnter Elektrolytlösungen wird in Kürze a. a. O. berichtet werden.

Verfasser dankt dem Direktor des I. Physikalischen Instituts der Humboldt-Universität für die Bereitstellung der Mittel zu der vorliegenden Untersuchung, die 1956 dort durchgeführt wurde und für das stete Interesse, das er ihr entgegengebracht hat. Außerdem stattet er Frau Dipl.-phys. B. Eckstein seinen Dank für eine Reihe anregender und klärender Diskussionen ab.

Bonn, Institut für Strahlen- und Kernphysik.

Bei der Redaktion eingegangen am 2. Januar 1958.

dü

Es
und a
messu
mecha
davon
fallra
Poten
daß d
vorwi
treffen
die so
auf d
spalte
Mitte
nachg

F
zeugu
erlang
folien
trone
zu k
Wege
über
noch
die z
ten fü
mit d
Haupt
liefer

1)

Über die Bildung dünner Kohleschichten in einer in Benzolatmosphäre brennenden Glimmentladung

Von Arnold Heisen

Mit 10 Abbildungen

Inhaltsübersicht

Es wird die Bildungsgeschwindigkeit von Schichten, die auf den Elektroden und auf kleinen Objekten in der Glimmentladung entstehen, durch Dickenmessung verfolgt. Hieraus ergeben sich Anhaltspunkte für den Entstehungsmechanismus dieser Schichten. Die Schichtbildung ist nahezu unabhängig davon, ob sich das Objekt im negativen Glimmlicht oder im Kathodenfallraum der Entladung befindet. Auch durch Veränderung des elektrischen Potentials läßt sich die Schichtbildung nur wenig beeinflussen. Hieraus folgt, daß die verschiedentlich geäußerte Vermutung, die Schichten bildeten sich vorwiegend aus Kohlenwasserstoffbruchstücken des Gasraumes, nicht zutreffen kann. Auf Grund der hier mitgeteilten Versuche nehmen wir an, daß die schichtbildenden Bruchstücke nicht im Gasraum, sondern unmittelbar auf den Objektoberflächen entstehen. Auffallende energiereiche Teilchen spalten adsorbierte Benzolmoleküle und wandeln sie zur festen Schicht um. Mittels einer Druckstufenapparatur können solche schichterzeugenden Teilchen nachgewiesen werden.

§ 1. Einleitung

Für die Präparationstechnik in der Elektronenmikroskopie hat die Erzeugung von Kohleschichten in der Glimmentladung zunehmende Bedeutung erlangt. In Dicken bis zu 1000 Å werden diese Schichten als Objektträgerfolien und im Umhüllungs- und Abdruckverfahren angewandt¹⁾. Um elektronenmikroskopische Aufnahmen von Abdruckfilmen einwandfrei deuten zu können, muß man den Entstehungsmechanismus dieser Filme kennen. Wegen der bekanntlich sehr komplexen Glimmentladungsvorgänge ist man über Vermutungen hinsichtlich des Bildungsmechanismus der Kohleschichten noch nicht hinaus gekommen. Es lassen sich mehrere Mechanismen angeben, die zur Bildung der aus Kohlenwasserstoffpolymerisaten aufgebauten Schichten führen können. Es müssen also experimentelle Kriterien gewonnen werden, mit denen sich entscheiden läßt, welcher Mechanismus bei der Bekohlung die Hauptrolle spielt. Die folgende Untersuchung soll hierzu einen Beitrag liefern.

¹⁾ H. König, *Ergebn. exakt. Naturwiss.* XXVII, 188 (1953).

§ 2. Die Schichtbildungsmechanismen

In der Literatur finden sich nur wenig Anhaltspunkte. H. König und G. Helwig²⁾ sprechen von einer Zerschlagung der im Gasraum „schwebenden“ Kohlenwasserstoffmoleküle durch Ionen und Elektronen. Sie zählen die große Zahl der durch Abbau und Aufbau entstehenden Molekülbruchstücke auf und weisen auf die Rekombinationsfähigkeit dieser Radikale hin. Den Vorgang der Bekohlung nennen sie „Bestäuben“ oder „Kondensation“. F. Grasenik und R. Haefel³⁾ haben dafür, daß die mikroskopischen Objekte von allen Seiten so gleichmäßig mit einer Schicht umgeben werden, unter anderem die Erklärung, daß durch Zusammenstoß der Radikale im Gasraum solche Polymerisationsprodukte entstehen, die einen kleinen Dampfdruck haben und auf den Objekten kondensieren.

Nach diesen Äußerungen sind also für die Schichtbildung vorwiegend im Gasraum entstandene Molekülbruchstücke verantwortlich. Diese könnten sich sowohl auf den Objektoberflächen als auch im Gasraum zu schichtbildenden Polymerisationsprodukten zusammenschließen. Zur Beurteilung, ob diese Vorstellungen zutreffen können, ergeben sich nun folgende Kriterien.

Die Zahl der sich zusammenschließenden Molekülbruchstücke hängt wesentlich von deren Konzentration im Gasraum ab. Es ist anzunehmen, daß sich innerhalb einer Glimmentladung entsprechend der sehr unterschiedlichen Ladungsträger-Konzentration auch erhebliche Änderungen der Molekülbruchstück-Konzentration ausbilden. Werden also in der Glimmentladung kleine Objekte bekohlt, dann müßte die Stärke der Schichtbildung davon abhängen, ob sich die Objekte in einem Gebiet hoher oder in einem Gebiet niedriger Molekülbruchstück-Konzentration befinden. Insbesondere müßte auch die Dicke der sich auf den verschiedenen Objektflächen bildenden Schichten von der Orientierung dieser Flächen zu den Gebieten unterschied-

licher Molekülbruchstück-Konzentration abhängig sein. Ob speziell eine schichtbildende Wirkung von geladenen Molekülbruchstücken, also Plasmaionen, die mit thermischer Geschwindigkeit auffallen, ausgeht, kann an Objekten mit leitender Oberfläche, die gegen das Raumpotential mit kleinen Vorspannungen versehen werden, untersucht werden. Wie aus der Sontentheorie⁴⁾ bekannt ist, kann hierdurch in einem Glimmlichtplasma die Zahl der auffallenden Ionen um Größenordnungen geändert werden.

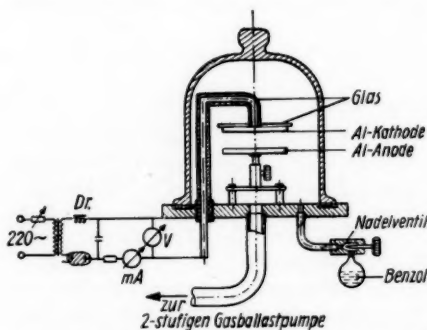


Abb. 1. Bekohlungsapparatur nach H. König

Die von uns untersuchten Schichten entstehen im kathodenseitigen Teil der Glimmentladung. Abb. 1 zeigt schematisch eine Anordnung, in der die

²⁾ H. König u. G. Helwig, Z. Physik **129**, 491 (1951) dort weitere Literatur.

³⁾ F. Grasenik u. R. Haefel, Mh. Chem. **83**, 1069 (1952).

⁴⁾ z. B. A. v. Engel u. M. Steenbeck, Elektr. Gasentladungen II, Berlin 1934.

rumpfloze, von der Gefäßwänden nicht beeinflusste Entladung brennt. Der Druck (etwa $1,5 \cdot 10^{-1}$ Torr) ist so gewählt, daß die untere Elektrode bereits weit in das negative Glimmlicht eintaucht und der Glimmsaum etwa 10 mm über ihr steht. Kleinere auf dem Anodenteller liegende Objekte befinden sich also ganz im hochionisierten und quasi-neutralen Plasma des negativen Glimmlichtes⁵⁾. Sondenmessungen in diesem Entladungs-Gebiet ergaben eine Ladungsträgerkonzentration von etwa 10^{10} cm^{-3} ⁶⁾. Da diese Konzentration eine entsprechend hohe Zahl von Rekombinations- und Neuerzeugungsprozessen von Ionen⁷⁾ bedingt, ist sicher anzunehmen, daß auf Grund dieser starken Wechselwirkung von Ladungsträgern mit dem Neutralgas auch die Molekülbruchstück-Konzentration ein Maximum hat.

Im Kathodendunkelraum, also „über“ dem bei der Benzolgasentladung scharf ausgeprägten Glimmsaum herrschen ganz andere Verhältnisse: Der Kathodenfall hat praktisch die Größe der Brennspannung von etwa 1000 Volt. Durch entsprechend hohe Feldstärken beschleunigt, haben die Ladungsträger eine solche Geschwindigkeit, daß ihre Wechselwirkung mit dem Neutralgas sehr viel geringer als im negativen Glimmlicht ist⁸⁾.

Es zeigte sich nun, daß die Schichten, die auf kleinen Objekten im Kathodendunkelraum entstehen, sich in Dicke und Dickenverlauf nicht merklich von den Schichten unterscheiden, die im negativen Glimmlicht entstehen; daher kann nicht angenommen werden, daß Molekülbruchstücke des Gasraumes einen wesentlichen Anteil an der Schichtbildung haben. Wenn aber die zur Schichtentstehung notwendigen Molekülbruchstücke auf den Objektflächen erzeugt werden, dann lassen sich alle auftretenden Erscheinungen zwanglos deuten. Dazu muß man annehmen, daß auf den Oberflächen adsorbierte Benzolmoleküle durch den Aufprall von energiereichen ($E_G \gg E_{\text{thermisch}}$) in der Glimmentladung entstehenden Teilchen, von „Geschossen“ gespalten und zu einer festen Schicht umgewandelt werden⁹⁾.

Arbeiten wir mit dieser Vorstellung, so kommen anodenseitig als schicht-erzeugende Geschosse im Kathodenfallraum beschleunigte Elektronen und negative Ionen in Betracht. Es ist bekannt, daß in der vorliegenden Entladungsform an der Kathode durch Ionenaufprall (γ -Prozesse) zahlreiche Elektronen entstehen⁸⁾ ¹²⁾, die durch anfänglich hohe Feldstärken¹³⁾ ¹⁴⁾ rasch beschleunigt werden. Negative Ionen können sich in geringerer Anzahl im Gasraum bilden¹⁵⁾ und, wenn ihr Entstehungsort in Kathodennähe liegt, ebenfalls größere Energie aufnehmen. Im folgenden können in einer Druck-

⁵⁾ R. Seeliger, Z. Physik **115**, 111 (1940).

⁶⁾ A. Heisen, Diplomarbeit Univ. München 1954.

⁷⁾ H. Fischer, Ann. Physik **27**, 81 (1936).

⁸⁾ A. Güntherschulze u. W. Bär, Z. Physik **107**, 730 (1937).

⁹⁾ Einen ähnlichen Mechanismus macht R. Haefler für die Bildung der Kohleschichten in einer Hochvakuumentladung verantwortlich¹⁰⁾. Nach G. Möllenstedt ist auch die Kohleschichtentstehung durch Materieteilchenbeschuß im öldampfverseuchten Vakuum nur auf ähnliche Weise zu erklären¹¹⁾.

¹⁰⁾ R. Haefler, Acta phys. austr. **9** (1954).

¹¹⁾ G. Möllenstedt, Diskussionsbemerkungen Physikertag. Heidelberg (1957).

¹²⁾ H. Fischer, Naturwiss. **27**, 838 (1939).

¹³⁾ J. Wilhelm, Ann. Physik **17**, 225 (1956).

¹⁴⁾ R. Warren, Physic. Rev. **98**, 1651 (1955); **98**, 1658 (1955).

¹⁵⁾ L. B. Loeb, Formation of Neg. Ions. Handb. Phys. **XXI** (1956).

stufenapparatur beide Anteile nachgewiesen und ihre schichtbildenden Wirkungen getrennt verfolgt werden.

Für die kathodenseitige Schichtbildung können die positiven Ionen verantwortlich gemacht werden, die an der Kathode die Elektronen auslösen. Sie entstehen in überwiegendem Maße im Plasma des negativen Glimmlichtes¹⁶⁾, gelangen durch Diffusion ins beschleunigende Feld des Kathodenfallraumes, wo sie ihre Energie erlangen. Wie gezeigt wird, lassen sich auch mittels dieser Geschosse außerhalb der Glimmentladung Kohleschichten erzeugen.

Der Vollständigkeit halber muß erwähnt werden, daß die Ionengeschosse vor ihrem Aufprall durch Umladung ihre Ladung verlieren können. Haben diese Neutralteilchen genügend Energie, dann können auch sie zur Schicht-erzeugung beitragen¹¹⁾.

§ 3. Die Schichtbildungserscheinungen

a) Schichten auf den Elektroden

Brennt in der in Abb. 1 gezeigten Apparatur die Entladung in der angegebenen Art, dann wachsen die Schichten auf beiden Elektroden gleichmäßig, jedoch mit unterschiedlicher Geschwindigkeit. Die Schicht auf der Kathode bildet sich wesentlich rascher als die Anodenschicht. Meist beginnt sie nach einer Glimmdauer von einigen Minuten unter heftigen Szintillationserscheinungen abzublättern. Ihre Bildungsgeschwindigkeit beträgt etwa $40\text{--}50 \text{ \AA} \cdot \text{sec}^{-1}$. Sie wurde mit Hilfe von dünnen Glasplättchen bestimmt, die auf der Kathodenfläche befestigt wurden. Da sich diese jedoch beim Einschalten der Entladung durch Ionenaufprall sofort stark positiv (bis 1000 Volt) aufluden und nahezu unbekohlt blieben, wurde auf diese eine dickere Al-Schicht aufgedampft und leitend mit der Kathode verbunden. Hierdurch erhielten sie Kathodenpotential und auch annähernd die gleiche Oberflächenbeschaffenheit wie die Al-Kathode. Die Dickenbestimmung erfolgte nach dem Ablösen der Schichten mit Hilfe des bekannten Tolansky-Verfahrens¹⁷⁾.

Im Gegensatz zur Kathodenschicht bildet sich die anodenseitige Schicht auf einem mit Al bedampften und einem unbedampften Glasplättchen nahezu in gleicher Dicke aus (feinere Unterschiede s. § 4). Bei genauer Konstanthaltung der Entladungsbedingungen sind die Schichten in ihrer Dicke gut reproduzierbar. Hierzu ist eine Reinigung der Apparatur nach jeder Bekohlung und längeres Spülen mit Benzoldampf erforderlich. Bis zum Einsetzen des Abblätterns der Schicht an der Kathode wachsen die anodenseitigen Schichten proportional zur Glimmzeit mit einer Geschwindigkeit von etwa $8,7 \text{ \AA} \cdot \text{sec}^{-1} \pm 5\%$.

Der Befund, daß an der Kathode befestigte Glasplättchen sich aufladen können, weist auf eine geringe Dichte langsamer Ladungsträger, die eine hohe Aufladung verhindern würden (kein Plasma!), in diesem Gebiet hin. Durch die Aufladung wird die Zahl und die Energie der auffallenden positiven Ionen verringert. Da gleichzeitig ein Rückgang der Schichtbildung auftritt, liegt die Vermutung nahe, daß diese Ionen die Kathodenschicht hervorrufen.

¹⁶⁾ H. Fischer, Naturwiss. 29, 27 (1941).

¹⁷⁾ S. Tolansky, Multiple-Beam-Interferometry, Oxford 1948, und A. Heisen, Z. Instrumentenkde. 66, 87 (1958).

Ferner ist es auffällig, daß die Schicht auf der Anode, obwohl sich diese im Plasma des negativen Glimmlichts befindet, langsamer als die auf der Kathode wächst.

b) Schichten auf kleinen Objekten

Liegen auf dem Anodenteller kleine Glasstückchen, so haben die Schichten, die sich auf diesen Objekten bilden, nicht auf allen Flächen die gleiche Dicke. An ausgedehnten Objekten mit Flächen größer als 1 mm^2 ändert sich die Schichtdicke auch innerhalb der Flächen. Die Schichten haben einen charakteristischen Dickenverlauf, der den Anschein erweckt, als seien die Objekte von Teilchen „bestäubt“ worden, die von der Kathode her kommen. An einigen Objektanordnungen, die jeweils 2–3 Minuten auf dem Anodenteller bekoht wurden, sei diese Schichtbildung erläutert. Der Dickenverlauf der Schichten wurde teils auf den Objekten, teils nach dem Ablösen der Schichten mit Verfahren bestimmt, die aus dem Tolansky-Verfahren entwickelt wurden und gesondert veröffentlicht worden sind¹⁷⁾.

Abb. 2a zeigt den Querschnitt durch ein maßstäblich vergrößert gezeichnetes etwa 1 cm^2 großes und 2 mm dickes Glasplättchen. Die Schichtdicken sind von der Oberfläche aus in Å-Einheiten aufgetragen. An einem 5 mm hohen, aufrechtstehenden Glasstreifen (Abb. 2b) ist der an den Seiten auftretende

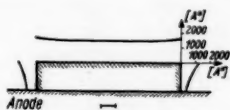


Abb. 2a

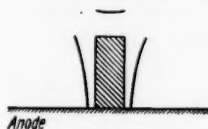


Abb. 2b

Bekohlung von Glasplättchen auf der Anode

Schichtdickenabfall besonders gut zu erkennen. Die Beispiele in Abb. 3a und 3b zeigen, daß die Bekohlung auch unter Objektüberschneidungen heruntgreift. An einem Glasstreifen (Breite 10 mm), der unter einem Winkel

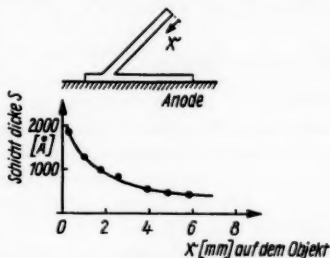


Abb. 3a

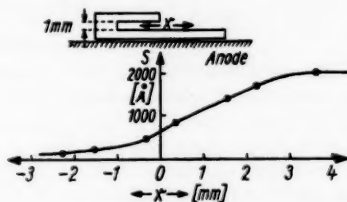


Abb. 3b

Bekohlung von Glasobjektaufbauten auf der Anode

von 45° aufgestellt wird (Abb. 3a), bildet sich auf der Innenseite eine Schicht, wie sie aus der Darstellung unter dem Objekt zu entnehmen ist. Am oberen Rand hat die Schicht ihre größte Dicke. Wird eine Objektplatte von einer

1 mm starken Glasplatte mit einem Zwischenraum von etwa 1 mm abgedeckt (Abb. 3b), so ist auch unter der Abdeckplatte noch eine Schicht nachweisbar. Andererseits übt die Abdeckplatte aber auch eine so starke „Schattenwirkung“ aus, daß erst in etwa 3 mm Abstand von der Überschneidungsgrenze die volle, ungestörte Schichtdicke erreicht wird. An einem längeren, etwa 10 mm breiten und 2 mm dicken Glasstreifen, der von der Seite her so in das negative Glimmlicht hineinragt, daß sich seine obere Fläche noch unter dem Glimmsaum befindet (~ 8 mm über der Anode), bildet sich ringsherum eine Kohleschicht. Abb. 4 gibt einen Querschnitt wieder, der im Abstand von 5 mm vom vorderen freien Rand aufgenommen wurde.

Bei Objekten mit größerer Ausdehnung, deren Oberkanten mindestens bis dicht unter den Glimmsaum reichen, ist zu beobachten, daß auf dem Anodenteller unter und neben den Objekten ebenso wie auch über den Objekten auf der Kathode der Objektform entsprechende schattenähnliche Schichtdickenrückgänge auftreten.

Diese Dickenverminderung ist ebenso wie die Schichtbildungserscheinung auf den Objekten nur schwer damit zu erklären, daß im Gasraum entstandene Molekülbruchstücke die Schicht verursachen, es sei denn, man könnte zeigen, daß entlang den Objektflächen ausgeprägte Konzentrationsänderungen der Molekülbruchstücke auftreten. Wird dagegen angenommen, daß die Objekte mit „Geschossen“, die von der Kathode her kommen, gleichsam bestäubt werden, so können die Schattenwirkungen durch eine Vorzugsrichtung dieser Geschosse erklärt werden. Die Schichtrückgänge auf den von der Kathode abgewandten Seiten sind dann darauf zurückzuführen, daß die Intensität der vielfach-gestreuten Geschosse an den Seiten nach unten und auf den Unterseiten zur Mitte hin abnimmt. Der Schichtrückgang

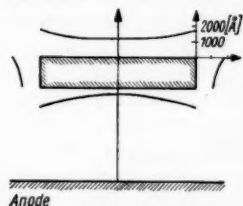


Abb. 4. Bekohlung eines in das negative Glimmlicht ragenden Glasstreifens

auf der oberen Fläche des in Abb. 4 gezeigten Objektes ist im Gegensatz zu den anderen Erscheinungen von der Höhe des Glasstreifens über der Anode abhängig; eine Deutung wird im folgenden Paragraphen erfolgen.

§ 4. Beeinflussbarkeit der Schichtbildung

a) Lageabhängigkeit

Daß die Schichtbildung im negativen Glimmlicht und im Kathodenfallraum annähernd gleich erfolgt, geht aus folgenden Versuchen hervor. Es wurden kleine, etwa 1 cm^2 große Glasplättchen auf Glasrohrstückchen (Durchmesser 6 mm) verschiedener Länge aufgebracht, auf den Anodenteller gestellt und 2–3 Minuten lang bekohlt. Die Dicken der sich auf den Oberseiten bildenden Schichten wurden jeweils an mehreren Stellen gemessen, gemittelt und auf die Dicke der Schicht bezogen, die sich auf einem auf der Anode liegenden Glasplättchen bildete. In Abb. 5 sind diese relativen Schichtdicken gegen die Höhe der Fläche über der Anode aufgetragen. Mit der in der Darstellung strichliert angedeuteten Grenze des Glimmlichtplasmas ist also für die Schichtdicken kein un stetiger Übergang verbunden. Da im Gegensatz zur Dichteänderung der Molekülbruchstücke beim Übergang zum Kathoden-

fallraum kein scharfer Intensitätswechsel der von der Kathode her kommenden Geschosse tritt, kann daraus geschlossen werden, daß die Schichten vorwiegend durch diese Geschosse hervorgerufen werden.

Daß in Kathodennähe die relative Schichtdicke plötzlich stark abnimmt, hat die gleiche Ursache wie der bereits bei Abb. 4 auftretende Schichtdickenrückgang zur Flächenmitte hin. Mit größerer Kathodennähe wird dieser Rückgang so stark, daß die über die Fläche gemittelten Schichtdickenwerte schließlich abfallen.

Der Grund für diese Schichtdickenrückgänge ist darin zu suchen, daß durch die Objekte das negative Glimmlicht und damit die „Emission“ von positiven Ionen in den Kathodenfallraum beeinträchtigt wird. Da diese Ionen an der Kathode die Geschosse auslösen, geht mit abnehmender Ionenzahl auch die Schichtdicke zurück. Erwartungsgemäß nimmt diese Beeinträchtigung mit größerer Kathodennähe zu. Die erwähnte Schattenbildung an der Kathode sehen wir als Beweis für die Richtigkeit dieser Erklärung an.

Daß — von den Schichtrückgängen auf den Oberflächen abgesehen — an den Seiten und Unterseiten der Objekte im Kathodenfallraum die Schichtbildung in gleicher Weise wie im negativen Glimmlicht erfolgt, zeigt Abb. 6. Der in Abb. 4 gezeigte Glasstreifen wurde diesmal so bekoht, daß sich seine obere Fläche 15 mm über der Anode befand. Da beide Schichtdicken auf Schichten bezogen sind, die sich in Anodenhöhe bilden, lassen sich die Schichtdickenverläufe miteinander vergleichen. Bis auf die erwähnten Unterschiede auf der oberen Seite sind die Dickenverläufe nahezu gleich.

Dieses Ergebnis zeigt, wie gering die Mitwirkung im Gasraum gebildeter Molekülbruchstücke an der Schichtbildung ist. Wenn nämlich diese Molekülbruchstücke vom negativen Glimmlicht, als dem Gebiet höherer Konzentration in den Kathodenfallraum diffundieren würden, dann müßten sich dort auf den Seiten und den Unterseiten des Glasstreifens gänzlich veränderte Schichtdickenverläufe ergeben.

b) Potentialabhängigkeit

Die Potentialabhängigkeit der Schichtbildung wurde mit Hilfe kleiner Glasplättchen mit Al-Schicht bestimmt, an denen über isolierte Zuleitungen kleine gegen Anode positive und negative Vorspannungen lagen. Während der Bekohlung befanden sich diese Plättchen auf der Anode, also im Plasma des negativen Glimmlichtes. Die Dicke der entstehenden Schichten wurde jeweils auf die Dicke der Schichten bezogen, die auf einem Plättchen mit Null-Potential entstanden. Abb. 7 zeigt in der Umgebung des Plasmapotential-

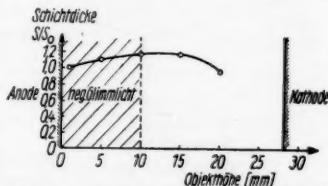


Abb. 5. Abhängigkeit der Schichtbildung von der Höhe der Objekte über der Anode

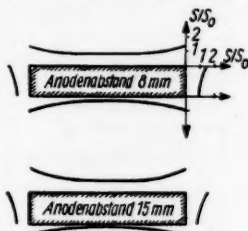


Abb. 6. Schichtbildung an einem Glasstreifen in Abhängigkeit von seiner Höhe über der Anode

tials¹⁸⁾ $V_S = V_P \pm 10$ V nur geringe Schichtdickenschwankungen, deren Größe sich am Rande der Meßgenauigkeit bewegt. Obwohl also im Gebiet des positiven Sättigungsstromes $V_S < V_P$ nur positive Molekülbruchstücke, bei

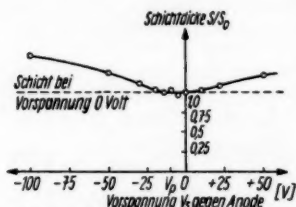


Abb. 7. Abhängigkeit der Schichtbildung vom elektr. Potential der Objekte

Im Gegensatz zu diesen Ladungsträgern mit thermischer Geschwindigkeit werden die auffallenden Geschosse weder in ihrer Zahl noch in ihrer Energie merklich beeinflusst. Wie in § 5 gezeigt wird, haben sie nämlich Energien in Kathodenfallhöhe von etwa 1000 eV; eine durch sie hervorgerufene Schichtbildung erfährt also keine Änderung.

Die bei höheren Vorspannungen beobachtete Schichtdickenzunahme muß auf „thermische“ Ladungsträger zurückgeführt werden, die im Feld der Raumladungsschicht genügend Energie aufnehmen können, um als zusätzliche Geschosse schichtbildende Zerstürmungen zu bewirken¹⁹⁾.

Auch an dem in das Glimmlicht ragenden Streifen (Abb. 4) bilden sich die Schichten unabhängig von einer Vorspannung in gleicher Stärke aus: In Abb. 8 sind zwei Objekte dargestellt, an deren leitenden Oberflächen während der Bekohlung +50 bzw. -50 V lagen. Ein Vergleich mit der Schichtbildung auf dem mittleren Objekt ohne Vorspannung zeigt, daß nur bei dem Objekt mit positiver Vorspannung auf der unteren Seite eine gleichmäßige Schicht auftritt. Infolge der höheren positiven Vorspannung war bei der Bekohlung unter dem Objekt eine helle Glimmerscheinung zu beobachten, aus der mit erheblicher Stromdichte negative Plasmaladungsträger angesaugt wurden. Da deren Energie groß genug ist, können sie für die zusätzliche Schicht verantwortlich gemacht werden.

Abb. 8. Schichtbildung an einem Glasstreifen in Abhängigkeit von seinem elektrischen Potential

¹⁸⁾ Die Lage des Plasmapotentials V_P wurde in bekannter Weise aus der Sondenstromcharakteristik bestimmt⁴⁾.

¹⁹⁾ Für die Dissoziation und Ionisation von Benzolmolekülen sind maximal 10 eV erforderlich²⁰⁾.

²⁰⁾ Phys.-Chem. Tabellen Landolt-Börnstein I 2 I (1951), I 3 II (1951); H. Neuert, *Ergebn. exakt. Naturwiss.* XXIX, 1 (1956).

ratur der Objekte bis auf 300°C steigern, ohne daß hierdurch die Glimmentladung beeinflußt wird. Mit zunehmender Temperatur nehmen die Schichtdicken stark ab und betragen bei 180°C nur noch 40% der Schichtdicken ohne Heizung. Da mit zunehmender Temperatur die Belegungsdichte adsorbierter Benzolmoleküle abnimmt, steht dieser Befund im Einklang mit der Vorstellung, daß adsorbierte Benzolmoleküle umgewandelt werden.

§ 5. Nachweis der Geschosse

Mit der in Abb. 9 dargestellten Druckstufenapparat können die in der Glimmentladung entstehenden Geschosse und ihre schichtbildende Wirkung dadurch nachgewiesen werden, daß mit ihnen außerhalb der Entladung Kohleschichten erzeugt werden:

Im oberen Raum brennt die bisher angewandte Glimmentladung unter den gleichen Bedingungen. Bei einem Benzolgasdruck von $1,5 \cdot 10^{-1}$ Torr steht auch hier der Glimmsaum des negativen Glimmlichtes 10 mm über der Anode. Auf die untere Elektrode auffallende Geschosse können durch eine nach unten konisch erweiterte Durchbohrung in einen Raum gelangen, in dem sich mittels einer Kühlfalle und einer Quecksilberdiffusionspumpe bei brennender Entladung ein Druck von einigen 10^{-4} Torr aufrecht erhalten läßt. Die Geschosse fallen dort auf einen heizbaren Auffänger, auf dem sie adsorbierte, aus dem Glimmentladungsraum in den Hochvakuumraum gelangende Benzolmoleküle spalten und zur Kohleschicht umwandeln können. Der Auffänger ist mit kleinen Deckgläschen (Dicke 0,16 mm) belegt. Um den Auffängerstrom messen zu können, tragen sie auf ihrer Oberseite eine Al-Schicht. Zwischen Elektrodenöffnung und Auffänger kann ein kleiner Permanentmagnet angebracht werden, der Elektronen mit einer Energie von etwa 1200 eV gerade rechtwinklig auf einen seitlich angeordneten Auffänger ablenkt.

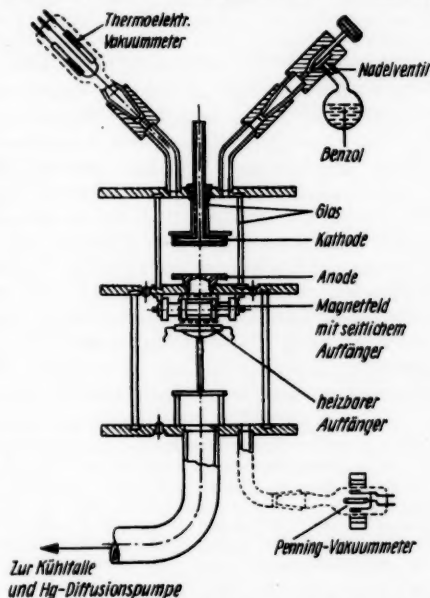


Abb. 9. Druckstufenapparat zum Nachweis der Geschosse

a) Negative Geschosse

Brennt die Entladung mit der in Abb. 9 angegebenen Polung, dann bildet sich auf dem — vorerst ungeheizten — Auffänger nach einer Versuchsdauer von etwa 2 Stunden eine kreisförmig zur Mitte hin ansteigende Schicht, die

in ihrem Maximum eine Dicke von etwa 4000 \AA hat. Ihr Dickenverlauf geht aus der noch zu besprechenden Abb. 10 hervor. Die Schicht ist leicht ablösbar und hat das gleiche Aussehen wie die in der Glimmentladung entstehenden Schichten.

Der Auffängerstrom beträgt etwa $0,5\text{--}1 \mu\text{A}$. Er ist von den Glimmentladungsbedingungen abhängig. Variiert man z. B. den Druck im Entladungsraum, so hat der Strom gerade bei den angegebenen Bedingungen ein Maximum. Er nimmt bei niedrigerem Druck ab, weil die gesamte Stromdichte der Entladung abnimmt; (das negative Glimmlicht verschwindet in der Anode). Mit steigendem Druck laufen die Geschosse, deren Energie entsprechend der Entladungsspannung kleiner wird, im länger werdenden negativen Glimmlicht zunehmend aus.

Brennt die Entladung über eine längere Zeit, dann steigt der Auffängerstrom an. Die sich auf der Anode bildende dickere Schicht bewirkt an der Durchbohrung kleinere Potentialdifferenzen, die so gerichtet sind, daß Plasmaelektronen durch die Öffnung angesaugt werden und auf den Auffänger gelangen. Es konnte gezeigt werden, daß diese energiearmen Elektronen keine merkliche Schicht erzeugen.

Um festzustellen, ob nur die Primärelektronen für diese Schichtbildung verantwortlich sind, wurde das Magnetfeld eingebaut. Es bildet sich nach einer längeren Brenndauer (etwa 4 Stunden) nicht nur auf dem seitlichen Auffänger, sondern auch auf dem unteren Auffänger eine Schicht, die nahezu rund ist und eine maximale Dicke von etwa 2000 \AA hat. Ihre Dickenabnahme nach außen hin ist stärker als die bei der Schicht ohne Magnetfeld (Abb. 10). Diese Schicht kann nur von Teilchen hervorgerufen sein, die im Kathodenfallraum auf eine hinreichende Energie beschleunigt werden, also von negativen Ionen oder auch neutralen Teilchen, die durch Umladung aus negativen Ionen entstanden sind und ebenfalls Schichten erzeugen können²¹⁾. Da die Schichten kaum merklich von der Rotationssymmetrie abweichen, muß die Energie der negativen Ionen größer als 100 eV sein. Tatsächlich treten in Entladungen der vorliegenden Form Ionen dieser Energie auf²¹⁾.

Der Strom auf dem unteren Auffänger beträgt $0,05 \mu\text{A}$. Obwohl also die Stromdichte negativer Ionen mindestens eine Größenordnung kleiner als die der Elektronen ist, kommt es noch zu einer merklichen Schichtbildung.

Bringt man an Stelle des seitlichen Auffängers einen Leuchtschirm an, so läßt sich die Lage der auftreffenden Elektronen und damit ihre Geschwindigkeit bestimmen. Hierzu wurde das System: Magnetfeld-Leuchtschirm mit einem homogenen Kathodenstrahl bekannter Geschwindigkeit geeicht. Die Mehrzahl der auftreffenden Elektronen hat eine Energie, die, nach oben hin scharf begrenzt, annähernd der Höhe der Brennspannung entspricht. Die Verluste der Elektronen im Kathodenfallraum sind also sehr gering (vgl. auch²²⁾).

b) Positive Geschosse

Betreibt man die Entladung mit umgekehrter Polung, so fallen durch die Öffnung positive Ionen auf den Auffänger. Bei nahezu den gleichen Entladungsbedingungen beträgt der Auffängerstrom etwa $0,3 \mu\text{A}$. Er ist auch bei längerer Entladungsdauer konstant (kein Plasma vor der Kathode!). Die sich hier bildenden Schichten erreichen bereits nach kurzer Zeit (30 Minuten) beträchtliche Dicken. Ihr Anstieg zum Zentrum hin ist wesentlich stärker als der bei den durch negative Geschosse gebildeten Schichten (Abb. 10). Bei vergleichbarer Stromdichte und Energie erzeugen also die positiven Ionen

²¹⁾ O. Tüxen, Z. Physik **103**, 463 (1936).

²²⁾ F. Gordon, The Glow Discharge at Low Pressure Handb. Phys. XXII (1956).

in kürzerer Zeit als die Elektronen Schichten gleicher Dicke. Selbst wenn man berücksichtigt, daß zu den positiven Ionen noch durch Umladung entstandene neutrale Geschosse hinzukommen, wird man sagen können, daß Ionen wirksamere Schichtbildner als Elektronen sind. Nach unserer Vorstellung ist daraus zu schließen, daß Ionen einen größeren Wechselwirkungsquerschnitt mit den absorbierten Gasmolekülen als die Elektronen haben. So erklärt sich auch der Befund, daß in der Glimmentladung die Schichtbildung auf der Kathode viel stärker als die auf der Anode ist.

Wiederholt man die Versuche in a) und b) mit geheiztem Auffänger (Temperatur etwa $+180^\circ\text{C}$), dann bleibt bei den Versuchen mit negativen Geschossen die Schichtbildung fast vollständig aus. Bei den Versuchen mit positiven Geschossen dagegen entsteht nach längerer Beschußdauer (4 Stunden) immer noch eine ablösbare Schicht.

Da die in Abb. 10 aufgetragenen Schichtdickenverläufe nahezu bei den gleichen Entladungsbedingungen erhalten wurden, lassen sich vergleichende qualitative Aussagen über die Richtungsverteilung der Geschosse gewinnen: Die positiven Geschosse treffen mit der geringsten Streuung auf die Kathode auf. Tatsächlich ist der Feldverlauf vor der Kathode¹³⁾ so, daß sie ihre größte Geschwindigkeit erst unmittelbar vor der Kathode erlangen. Hieraus folgt, daß die kathodenseitige Bekohlung, von der notwendigen Leitfähigkeit der Objekte abgesehen, auch für eine allseitige Umhüllung von Objekten nicht günstig ist. Die Streuung der negativen Ionen ist wesentlich stärker. Tatsächlich können sie nur in einem Teil des Kathodenfallraumes Energie aufnehmen und sie erleiden vor ihrem Aufprall auf die Anodenplatte im feldfreien Gasraum stärkere Wechselwirkungen. Für den Dickenverlauf der von den negativen Geschossen gebildeten Schicht sind hauptsächlich die Elektronen verantwortlich. Da sie am stärksten gestreut werden, scheinen sie die allseitige Umhüllung der mikroskopischen Objekte zu gewährleisten.

Es sei erwähnt, daß nach einer experimentellen Prüfung der notwendigen Voraussetzungen aus dem Dickenverlauf der Auffängerschichten die Schichtdicken auf beliebig orientierten mikroskopischen Objektflächen in der Glimmentladung berechnet werden können²³⁾. Erst hierdurch wird eine exakte Auswertung elektronenmikroskopischer Kohleabdruckbilder möglich.

§ 6. Quantitative Betrachtungen

Es wurde versucht, durch größenordnungsmäßige Abschätzungen ein Kriterium für die in § 2 ausgeführten Bekohlungsmechanismen zu erhalten: Aus der anodenseitig gemessenen Schichtbildungsgeschwindigkeit $d_s = 8,7 \text{ \AA} \cdot \text{sec}^{-1}$ und der Dichte der Schichten $\rho_s = 1,4 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ ²⁾ läßt sich nämlich eine

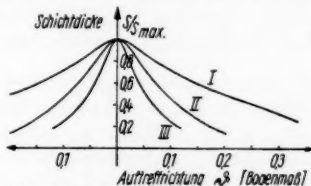


Abb. 10. Schichtdickenverläufe von Auffängerschichten.
I. neg. Geschosse ohne Magnetfeld,
II. neg. Geschosse mit Magnetfeld,
III. pos. Geschosse

²³⁾ A. Heisen, Diss. (Original) Univ. München 1957.

minimal notwendige Teilchenzahl angeben, die zur Schichtbildung auf die Objektflächen auftreffen oder dort erzeugt werden muß.

$$Z_S = \frac{L \cdot e_s}{M_S} \cdot d_S \approx 2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1}.$$

L = Loschmidsche Zahl, $M_S = 39$, ist ein mittleres Molekulargewicht dieser Teilchen, dessen Größe sich aus den Arbeiten von Eisenhut und Conrad²⁴⁾ ermitteln läßt.

Da weder die Konzentrationen noch die Rekombinationskoeffizienten der vorliegenden Molekülbruchstücke bekannt sind, ist nur schwer abzuschätzen, wieviel schichtbildende Teilchen im Gasraum entstehen. Allgemein überwiegt bei Entladungen der vorliegenden Form die Oberflächenrekombination. Diese nun läßt sich für die ermittelte Konzentration geladener Molekülbruchstücke⁶⁾ berechnen: Bei $V_S = V_P$ fallen nach der Beziehung $z_{\pm} = n_{\pm} \sqrt{\frac{RT_{\pm}}{2\pi M_{\pm}}}$ maximal $2 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1}$ Ionen auf die Oberflächen auf, ein für das negative Glimmlight gültiger Wert, der selbst dort immer noch eine Größenordnung unter dem erforderlichen Wert liegt.

Etwas genauer läßt sich von den Geschossen die Zahl der zur Verfügung stehenden Primärelektronen berechnen. Wenn γ die Zahl der pro positivem Ion an der Kathode ausgelösten Elektronen und $j_k = 1 \cdot 10^{-4} \text{ A cm}^{-2}$ die kathodenseitige Stromdichte ist, dann ist die Zahl der an der Kathode ausgelösten Elektronen:

$$Z_e = \frac{\gamma}{1 + \gamma} \cdot \frac{j_k}{e} \text{ cm}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1}.$$

Da diese Elektronen in Kathodennähe schnell beschleunigt werden^{13) 14)}, durchfallen sie den Kathodenfallraum mit nur geringen Verlusten⁸⁾. Da bei einem Druck von $p = 1,5 \cdot 10^{-1} \text{ Torr}$ und einer Temperatur von 300° K etwa $5 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1}$ Benzolmoleküle auf die Objektflächen auffallen und die Einstellung des Gleichgewichtes bei der ungehemmten (physikalischen) Adsorption sehr schnell erfolgt²⁵⁾, kann ein zur Schicht umgewandeltes Benzolmolekül unmittelbar durch ein neues ersetzt werden.

Es ist ersichtlich, daß ein Elektron mehr als einen Spaltakt bewirken muß. Auch an der Kathode kann die stärkere Schichtbildung in ganz analoger Weise nur dadurch erklärt werden, daß ein Ion sehr viele Benzolmoleküle umwandelt. Energetisch ist diese Forderung zu erfüllen. Hier, wie auch bei der Kohleschichtbildung im Hochvakuum, bereitet es aber Schwierigkeiten, sich den Mechanismus des Spaltaktes an den bekanntlich sehr dünnen Adsorptionsschichten vorzustellen. Aussagen hierüber lassen sich vielleicht dadurch gewinnen, daß Kohleschichten mit Ionen bzw. Elektronen gegebener Dichte und Energie auf Objekten bestimmter Temperatur in Gasräumen

²⁴⁾ O. Eisenhut u. R. Conrad, Z. Elektrochem. **36**, 654 (1930); R. Conrad, Trans. Faraday Soc. **30**, 215 (1934).

²⁵⁾ A. Eucken, Lehrb. Chem. Phys., Leipzig 1944.

definie
sollen

Ich
Dr. W
Arbeit

definierten Kohlenwasserstoffgasdruckes erzeugt werden. Derartige Versuche sollen im Anschluß an diese Arbeit durchgeführt werden.

Ich möchte auch an dieser Stelle meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. W. Rollwagen, für die Anregung und ständige Unterstützung dieser Arbeit recht herzlich danken.

München, II. Physikalisches Institut der Universität.

Bei der Redaktion eingegangen am 15. Januar 1958.

Die unitäre Feldtheorie in der Maxwellschen Näherung

Von Jaroslav Pachner

Inhaltsübersicht

Es wird geprüft, welcher Bedingung eine unitäre Theorie genügen muß, wenn ihre Feldgleichungen im Falle eines schwachen elektromagnetischen Feldes in die der allgemeinen Relativitätstheorie übergehen sollen. Es zeigt sich, daß die unitäre Theorie von Einstein diese Bedingung nicht erfüllt, denn der Hamiltonian, von dem die Feldgleichungen mit Hilfe des Variationsprinzips abgeleitet werden, muß neben dem von Einstein verlangten Glied noch eine weitere skalare Dichte enthalten. Der explizite Ausdruck für diese Dichte wird angegeben.

Einleitung

Seit der Arbeit von Einstein und Infeld¹⁾ ist ein Verfahren bekannt, mit dessen Hilfe die Bewegungsgleichungen in der allgemeinen Relativitätstheorie ohne irgendeine weitere Hypothese direkt aus den Feldgleichungen folgen. Diese Methode haben dann Infeld²⁾ und Callaway³⁾ auf die unitäre Theorie von Einstein angewendet und gefunden, daß das elektromagnetische Feld keinen Einfluß auf die Bewegung ausübt. Bonnor⁴⁾ und der Verfasser haben in der Arbeit V⁵⁾ gezeigt, daß man die erwartete Form der Bewegungsgleichungen aus den Feldgleichungen erhält, wenn der Hamiltonian, aus dem die Feldgleichungen abgeleitet werden, neben dem von Einstein entworfenen Glied noch eine weitere additive skalare Dichte enthält. Dies ist zwar eine wichtige Stütze zugunsten der additiven Dichte, aber nicht ein eindeutiger Beweis für ihre unbedingt nötige Existenz (man kann nämlich immer an eine andere Ableitung der Bewegungsgleichungen denken).

Die Maxwellsche Theorie kann sicher als eine richtige Theorie des unendlich schwachen elektromagnetischen Feldes in der leeren Raum-Zeit angesehen werden. Setzen wir also ein starkes Gravitationsfeld, dagegen ein schwaches elektromagnetisches Feld voraus, so müssen wir aus den Feldgleichungen der unitären Theorie die bekannten Gleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie erhalten. Diese Annahme nennen wir die Maxwellsche Näherung. Es ist jetzt unsere Aufgabe, diese Näherung zu bestimmen und sie mit der Relativitätstheorie zu vergleichen.

¹⁾ A. Einstein, L. Infeld, *Canad. J. Math.* **1**, 209 (1949).

²⁾ L. Infeld, *Acta Phys. Polon.* **10**, 284 (1950).

³⁾ J. Callaway, *Physic. Rev.* **92**, 1567 (1953).

⁴⁾ W. B. Bonnor, *Proc. Roy. Soc. London A* **226**, 366 (1954).

⁵⁾ J. Pachner, *Ann. Physik* **19**, 353 (1957) **20**, 368 (1957); **1**, 351 (1958). Diese Arbeiten werden als bzw. I, II, V und die Gleichungen als bzw. (I,...), (II,...), (V,...) bezeichnet.

Die exakten Feldgleichungen der unitären Theorie

Die Feldgleichungen, die sich aus dem Variationsprinzip

$$\delta \frac{1}{8\pi} \int [g^{\mu\nu} (R_{\mu\nu} - 2\kappa F_{\mu\nu}) + \mathfrak{K}] d\tau = 0$$

ergeben (betreffs Einzelheiten siehe die Arbeiten I und II), lauten

$$R_{\mu\nu} + H_{\mu\nu} = 0, \quad (1)$$

$$2\kappa F_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} + H_{\mu\nu}, \quad (2)$$

$$g^{\mu\nu}{}_{,\nu} = 0, \quad (3)$$

$$g_{\mu\nu,\epsilon} - \Gamma_{\mu\epsilon}^{\alpha} g_{\alpha\nu} - \Gamma_{\nu\epsilon}^{\alpha} g_{\mu\alpha} = 0, \quad (4)$$

$$F_{\mu\nu} = \Gamma_{\nu,\mu} - \Gamma_{\mu,\nu}. \quad (5)$$

Der Strich bezeichnet hier wie üblich die partielle Ableitung.

Von der additiven skalaren Dichte machen wir nur eine ganz allgemeine Annahme, daß sie die affine Konnexion $\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha}$ nicht enthalten darf. Einstein setzt voraus, daß

$$\mathfrak{K} = 0, \quad (6a)$$

so daß auch

$$H_{\mu\nu} = 0. \quad (6b)$$

Die Feldgleichungen mit dem kosmologischen Glied (die Schrödingersche Version) ergeben sich aus der Dichte

$$\mathfrak{K} = -2\lambda \sqrt{-\det g_{\alpha\beta}} = -\frac{1}{2}\lambda g^{\mu\nu} g_{\mu\nu}, \quad (7a)$$

aus welcher folgt

$$H_{\mu\nu} = -\lambda g_{\mu\nu}. \quad (7b)$$

In der vom Verfasser entwickelten Theorie nehmen wir an, daß

$$\begin{aligned} \mathfrak{K} &= g^{\mu\nu} [-\frac{1}{2}\lambda g_{\mu\nu} - (\frac{1}{2}\lambda + \kappa) g_{\mu\nu}] \\ &= g^{\mu\nu} [-\frac{1}{2}(\lambda + \kappa) g_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\kappa g_{\nu\mu}]. \end{aligned} \quad (8a)$$

Wir finden dann

$$\begin{aligned} H_{\mu\nu} &= -\lambda g_{\mu\nu} + \kappa [g^{\alpha\beta} (g_{\mu\beta} g_{\alpha\nu} + g_{\mu\beta} g_{\alpha\nu}) \\ &\quad - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} g^{\alpha\beta} g_{\mu\nu}], \end{aligned} \quad (8b)$$

$$\begin{aligned} H_{\mu\nu} &= -\lambda g_{\mu\nu} + \kappa [g^{\alpha\beta} (g_{\mu\beta} g_{\alpha\nu} + g_{\mu\beta} g_{\alpha\nu}) \\ &\quad - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} g^{\alpha\beta} g_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}]. \end{aligned} \quad (8c)$$

Die Maxwellsche Näherung

Zuerst zerlegen wir den Fundamentaltensor $g_{\mu\nu}$ in den symmetrischen und den schiefssymmetrischen Teil

$$g_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} + k_{\mu\nu},$$

wobei

$$h_{\mu\nu} = h_{\nu\mu} = g_{\mu\nu},$$

$$h^{\mu\nu} = h^{\nu\mu} = \frac{\partial}{\partial h_{\mu\nu}} \log \det h_{\alpha\beta} \neq g^{\mu\nu},$$

$$k_{\mu\nu} = -k_{\nu\mu} = g_{\mu\nu},$$

$$k^{\mu\nu} = -k^{\nu\mu} = h^{\mu\alpha} h^{\nu\beta} k_{\alpha\beta} \neq g^{\mu\nu}.$$

Auf Grund der umfangreichen mathematischen Untersuchungen von Hlavatý⁶⁾ haben wir nun in der Maxwell'schen Näherung, in der nur lineare Glieder in $k_{\alpha\beta}$ berücksichtigt werden,

$$g^{\mu\nu} = h^{\mu\nu}$$

$$g^{\mu\nu} = k^{\mu\nu}$$

$$g^{\mu\nu} = k^{\mu\nu} \sqrt{-\det h_{\alpha\beta}}.$$

Das System von 64 linearen algebraischen Gl. (4) hat in derselben Näherung die Lösung⁷⁾

$$I_{\mu\nu}^{\varepsilon} = \left\{ \begin{matrix} \varepsilon \\ \mu\nu \end{matrix} \right\} + \frac{1}{2} K_{\mu\nu\alpha} h^{\alpha\varepsilon}, \quad (9)$$

wo

$$K_{\mu\nu\alpha} = k_{[\alpha\nu;\mu]} + 2 k_{\mu\nu;\alpha} \quad (10)$$

und $\left\{ \begin{matrix} \varepsilon \\ \mu\nu \end{matrix} \right\}$ die bekannten Christoffelschen Symbole sind. Mit dem Doppelpunkt bezeichnen wir die Riemannsche kovariante Ableitung (nach $\left\{ \begin{matrix} \varepsilon \\ \mu\nu \end{matrix} \right\}$) und mit $k_{[\alpha\nu;\mu]}$ die zyklische Divergenz von $k_{\alpha\nu}$.

Schließlich finden wir in den Arbeiten von Hlavatý⁸⁾ noch folgende zwei in der Maxwell'schen Näherung geltenden Beziehungen

$$R_{\mu\nu} = P_{\mu\nu}, \quad (11)$$

$$P_{\mu\nu} = \frac{1}{2} (K_{\mu\nu\alpha} h^{\alpha\beta})_{;\beta} = \frac{1}{2} h^{\alpha\beta} k_{[\alpha\nu;\mu];\beta} + h^{\alpha\beta} k_{\mu\nu;\alpha;\beta}. \quad (12)$$

$P_{\mu\nu}$ bedeutet den symmetrischen verjüngten Riemann-Christoffelschen Krümmungstensor, der mit $\left\{ \begin{matrix} \varepsilon \\ \mu\nu \end{matrix} \right\}$ gebildet wird.

Während wir bisher in den angenäherten Beziehungen alle quadratischen und höheren Glieder in $k_{\alpha\beta}$ vernachlässigt haben, leiten wir jetzt aus Gln. (8b, c) die Formeln ab, die auch auf die quadratischen Glieder Rücksicht nehmen, da diese hier mit einer sehr großen Konstante κ multipliziert sind ($1/\kappa$ ist nach den vorangehenden Untersuchungen die Konstante der — sicher sehr losen — Kopplung zwischen dem Gravitations- und elektromagnetischen Feld):

$$H_{\mu\nu} = -\lambda h_{\mu\nu} - 2\kappa (-k^{\alpha\beta} k_{\mu\beta} h_{\alpha\nu} + \frac{1}{4} k_{\alpha\beta} k^{\alpha\beta} h_{\mu\nu}), \quad (13a)$$

$$H_{\mu\nu} = -(2\kappa + \lambda) k_{\mu\nu}. \quad (13b)$$

Nun können wir die Feldgleichungen der unitären Theorie in der Maxwell'schen Näherung angeben:

$$P_{\mu\nu} - \lambda h_{\mu\nu} + (H_{\mu\nu} + \lambda h_{\mu\nu}) = 0, \quad (A.1)$$

$$2\kappa F_{\mu\nu} = -(2\kappa + \lambda) k_{\mu\nu} + \frac{1}{2} h^{\alpha\beta} k_{[\alpha\nu;\mu];\beta} + h^{\alpha\beta} k_{\mu\nu;\alpha;\beta}, \quad (A.2)$$

$$(k^{\mu\nu} \sqrt{-\det h_{\alpha\beta}})_{;\nu} = 0. \quad (A.3)$$

Wenn wir Gl. (A.1) mit der entsprechenden Beziehung der allgemeinen Relativitätstheorie für die leere Raum-Zeit

$$P_{\mu\nu} - \lambda h_{\mu\nu} + \chi V_{\mu\nu} = 0 \quad (14)$$

⁶⁾ V. Hlavatý, J. Rat. Mech. Anal. **3**, 103 (1954), S. 106 u. 110; **5**, 419 (1956), S. 427.

⁷⁾ V. Hlavatý, Proc. N. A. S. **38**, 1052 (1952); J. Rat. Mech. Anal. **2**, 1 (1953), S. 48; **3**, 103 (1954), S. 107.

⁸⁾ V. Hlavatý, J. Rat. Mech. Anal. **3**, 103 (1953), S. 120–121.

vergleichen, wo χ eine skalare Proportionalitätskonstante und $V_{\mu\nu}$ der Energie-Impuls-Tensor des elektromagnetischen Feldes

$$V_{\mu\nu} = -E^{\alpha\beta} E_{\mu\beta} h_{\alpha\nu} + \frac{1}{4} E^{\alpha\beta} E_{\alpha\beta} h_{\mu\nu} \quad (15)$$

ist, so finden wir daß Gl. (A.1) in der Einsteinschen und Schrödingerschen Theorie das reine Gravitationsfeld (ohne bzw. mit kosmologischem Glied) beschreibt, das vom elektromagnetischen Feld unbeeinflusst bleibt. Dasselbe gilt auch für die neue Form der unitären Theorie, solange wir ein so schwaches elektromagnetisches Feld voraussetzen, daß die quadratischen Glieder in Gl. (13a) zu vernachlässigen sind. Falls aber die Konstante κ so groß ist, daß wir auf diese Glieder Rücksicht nehmen müssen, werden die Gln. (A.1) und (14) miteinander identisch, wenn wir setzen

$$E^{\mu\nu} = \pm k^{\mu\nu} \sqrt{-\frac{2\kappa}{\chi}}. \quad (16)$$

In Übereinstimmung mit der Arbeit II ist daher ($H_{\mu\nu} + \lambda h_{\mu\nu}$) der Energie-Impuls-Tensor der elektromagnetischen Komponente des unitären Feldes. Im Gegensatz zu Eddington⁹⁾, der $\chi = 8\pi$ setzt, haben wir in den vorangehenden Arbeiten stillschweigend ein solches Maßsystem benützt, in dem $\chi = 1$. Im Gaußschen Maßsystem, das wir in der Arbeit V verwendet haben, wird dagegen $\chi = 2$. Es ergibt sich jetzt aus den Gln. (16) und in Übereinstimmung mit (V.30a):

$$\chi = 2, \quad \kappa < 0, \quad k_{\mu\nu} \text{ reel}, \quad (17a)$$

$$\chi = 2, \quad \kappa < 0, \quad k_{\mu\nu} \text{ rein imaginär}. \quad (17b)$$

Nun erkennen wir auch den Grund für die Mißerfolge von Infeld²⁾ und Callaway³⁾, die Bewegungsgleichungen direkt aus den Feldgleichungen der unitären Theorie abzuleiten: Die Feldgleichungen, aus denen sie die Bewegungsgleichungen in der niedrigsten Näherung berechnet haben, sind gerade die Gln. (A.1) mit $H_{\mu\nu} = 0$, d. h. die Feldgleichungen für ein reines Gravitationsfeld. Die Coulombsche Kraft kann in den Bewegungsgleichungen erst als Folge der Einführung einer additiven skalaren Dichte auftreten.

Die Annahme (16) wird durch die Gln. (A.3) gestützt, die wir als den ersten Quadrupel der Maxwell'schen Gleichungen erklären. Den zweiten Quadrupel stellen die Integrabilitätsbedingungen der Gln. (5)

$$F_{[\mu\nu, \epsilon]} = 0 \quad (A.5)$$

dar, wobei die zyklische Divergenz der rechten Seite von Gl. (A.2) für $F_{[\mu\nu, \epsilon]}$ einzusetzen ist. Wir identifizieren die Tensordichte $g^{\mu\nu}$ mit den Quantitätsgrößen (H, D) und den Tensor $g_{\mu\nu}$ mit den Intensitätsgrößen (B, E) des elektromagnetischen Feldes. Auf Grund der Gln. (13a) und (15) verlassen wir daher die in der Arbeit II ausgesprochene physikalische Interpretation der vorliegenden unitären Theorie und kehren zur ursprünglichen Interpretation aus der Arbeit I zurück.

Das zweite und dritte Glied auf der rechten Seite von (A.2), durch die sich (A.2) von der entsprechenden Gleichung der allgemeinen Relativitäts-

⁹⁾ A. S. Eddington, Relativitätstheorie in mathematischer Behandlung. Berlin 1925. S. 276–281.

theorie unterscheidet, stellen eine sehr kleine Korrektur dar und verschwinden vollständig bei Abwesenheit des Gravitationsfeldes. Wir erhalten dann die Maxwellschen Gleichungen der speziellen Relativitätstheorie

$$F_{\mu\nu} = -k_{\mu\nu}, \quad (\text{B.2})$$

$$k^{\mu\nu}_{;\nu} = 0, \quad (\text{B.3})$$

$$F_{[\mu\nu,e]} = 0, \quad (\text{B.5})$$

denn es ist

$$h^{\alpha\beta} k_{\mu\nu;\alpha;\beta} = \square k_{\mu\nu} = 0, \quad (18)$$

falls die $k_{\mu\nu}$ den Gln. (B.2), (B.3), (B.5) genügen.

Die zweite Näherung

Wir bestimmen noch die zweite Näherung für Gl. (1), um festzustellen, ob hier nicht Glieder erscheinen, die mit dem Energie-Impuls-Tensor des elektromagnetischen Feldes identifiziert werden können. In den Arbeiten von Hlavatý⁷⁾ 8) finden wir

$$\Gamma^e_{\mu\nu} = \left\{ \begin{matrix} \varepsilon \\ \mu\nu \end{matrix} \right\} + \frac{1}{2} K_{\mu\nu\alpha} h^{\alpha\varepsilon} - \frac{1}{2} h^{\alpha\beta} h^{\gamma\varepsilon} (k_{\mu\alpha} K_{\nu\gamma\beta} + k_{\nu\alpha} K_{\mu\gamma\beta}), \quad (19)$$

$$R_{\mu\nu} = P_{\mu\nu} - \frac{1}{4} h^{\alpha\beta} h^{\gamma\delta} [K_{\mu\alpha\gamma} K_{\nu\delta\beta} - 2(k_{\mu\alpha} K_{\nu\gamma\beta} + k_{\nu\alpha} K_{\mu\gamma\beta})_{;\delta} + (k_{\delta\alpha} K_{\mu\gamma\beta} + k_{\mu\alpha} K_{\delta\gamma\beta})_{;\nu} + (k_{\delta\alpha} K_{\nu\gamma\beta} + k_{\nu\alpha} K_{\delta\gamma\beta})_{;\mu}], \quad (20)$$

wobei $K_{\mu\nu\alpha}$ wieder mit Gl. (10) gegeben ist. Die Glieder, die neu in dem Ausdruck für $R_{\mu\nu}$ auftreten, enthalten die Produkte von zwei ersten kovarianten Ableitungen von $k_{\mu\nu}$ oder von $k_{\mu\nu}$ und der zweiten kovarianten Ableitung. Die quadratischen Produkte von $k_{\mu\nu}$ erscheinen in Gl. (20) nicht. Die neuen Glieder können daher nicht als die Komponenten eines Energie-Impuls-Tensors des elektromagnetischen Feldes interpretiert werden.

Zusammenfassung

1. Gehen wir von dem Postulat aus, daß die Feldgleichungen der unitären Theorie im schwachen elektromagnetischen Feld in die der allgemeinen Relativitätstheorie übergehen sollen, so stellen wir fest, daß die unitären Theorien von Einstein und die von Schrödinger ihm nie genügen können.

2. Das Postulat erfüllt nur eine auf heterogenem Hamiltonian aufgebaute unitäre Theorie.

3. Eine additive skalare Dichte, die dem Postulat genügt, ist durch Gl. (8a) gegeben. Sie stellt eine natürliche Verallgemeinerung der additiven Dichte der allgemeinen Relativitätstheorie dar, die zum kosmologischen Glied führt. Allem Anschein nach ist sie die einzige, aus der die Formeln (13a, b) in quadratischer Näherung folgen.

Prag, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.

Bei der Redaktion eingegangen am 31. Dezember 1957.

den
die

B.2)
B.3)
B.5)
(18)

Streuvermögen von Atomen für Röntgen- und Elektronenstrahlen nach der statistischen Theorie des Atoms

Von T. Tietz

Inhaltsübersicht

len,
des
iten

(19)

(20)

uck
ften
ng-
uen
sors

In dieser Arbeit werden geschlossene Formeln für die Intensität der inkohärenten Streuung von Röntgen- und Elektronenstrahlen an einem einzelnen neutralen Thomas-Fermischen Atom abgeleitet und die Resultate tabellarisch dargestellt. Die erhaltenen Werte stimmen mit den Ergebnissen numerischer Rechnungen von anderer Seite gut überein.

Einleitung

Es ist bekannt, daß manche Probleme der Quantenmechanik sich mit Hilfe der Thomas-Fermischen Methode¹⁾ lösen lassen. Dabei tritt eine charakteristische Funktion $\varphi_0(x)$ auf, welche die Verteilung eines entarteten Elektronengases darzustellen erlaubt. Die Funktion $\varphi_0(x)$ genügt folgender D.-Gl.

$$\varphi_0''(x) = \frac{\varphi_0^{3/2}(x)}{x^{1/2}} \quad (1)$$

sowie den Randbedingungen

$$\varphi_0(0) = 1, \quad \varphi_0(\infty) = 0. \quad (2)$$

Bei der Behandlung einer Aufgabe mittels der Thomas-Fermi-Methode stößt man meistens auf die Schwierigkeit, daß man die Lösung der D.-Gl. (1) nicht in geschlossener Form hat, oder daß die Näherungsfunktionen, die sich in geschlossener Form darstellen lassen, nicht einfach und handlich sind. Von diesen Näherungsfunktionen wird man verlangen, daß sie die D.-Gl. (1) möglichst gut erfüllen, weiter einfach und handlich sind. Die für die Theorie der Streuercheinungen von Röntgen- und Elektronenstrahlen geeignetsten Approximationen der Thomas-Fermischen-Funktionen sind die Tietzsche²⁾ Funktion $\varphi_{Ti}(x)$ und die Buchdahlsche³⁾ Funktion $\varphi_{Bu}(x)$.

¹⁾ L. H. Thomas, Proc. Cambridge philos. Soc. **23**, 542 (1926), E. Fermi, Rend. Accad. Lincei **6**, 602 (1927); P. Gombás, Die statistische Theorie des Atoms und ihre Anwendungen. Springer, Wien 1949.

²⁾ T. Tietz, Il Nuovo Cimento **4**, 1192 (1956).

³⁾ H. A. Buchdahl, Ann. Physik **17**, 238 (1956).

Die Tietzsche Funktion $\varphi_{\text{Ti}}(x)$ hat folgende Form

$$\varphi_{\text{Ti}}(x) = (1 + a x + b x^2)^{-1/2}, \quad (3)$$

mit

$$a = 0,7105 \quad b = 0,03919. \quad (4)$$

Die Buchdahlsche Funktion $\varphi_{\text{Bu}}(x)$ lautet

$$\varphi_{\text{Bu}}(x) = \frac{1}{(1 + A x)(1 + B x)(1 + C x)}, \quad (5)$$

mit

$$A = 0,9288, \quad B = 0,1596, \quad C = 0,05727. \quad (6)$$

Wir befassen uns jetzt mit der inkohärenten Streuung von Röntgen- und Elektronenstrahlen an einem einzelnen neutralen Thomas-Fermischen Atom.

Inkohärente Streuung

Die allgemeine Theorie der inkohärenten Streuung von Röntgenstrahlen an Atomen wurde von Waller⁴⁾ entwickelt. Von der Wallerschen Streuformel ausgehend konnte Heisenberg⁵⁾ zeigen, daß man durch eine Ausdehnung der statistischen Methode die Intensität I_θ der inkohärenten Streustrahlung mit der Elektronenverteilung des statistischen Modells berechnen kann. Heisenberg erhält im Falle der inkohärenten Streuung von Röntgenstrahlen an einem einzelnen neutralen Thomas-Fermischen Atom für die Intensität I_θ des im Winkel θ gestreuten Röntgenstrahles in der Entfernung R vom Atomzentrum folgende Formel

$$I_\theta = I_0 \frac{1 - \cos^2 \theta}{2} \cdot \frac{e^4}{m^2 c^4} \cdot \frac{Z s_0^2}{R^2}, \quad (7)$$

mit

$$s_0^2 = 1 - \int_0^{x_0} \left\{ \left[\frac{\varphi_0(x)}{x} \right]^{1/2} - w \right\}^2 \left\{ \left[\frac{\varphi_0(x)}{x} \right]^{1/2} + \frac{1}{2} w \right\} x^2 dx. \quad (8)$$

In der Formel (7) bezeichnet I_0 die Intensität des Primärstrahles, Z die Ordnungszahl des Atoms, e die Elementarladung, c die Lichtgeschwindigkeit und m die Elektronenmasse. In der Formel (8) ist $\varphi_0(x)$ die Thomas-Fermische-Funktion des neutralen Atoms. Die Größe w ist durch folgende Beziehung

$$w = \frac{0,88534 a_0}{Z^{1/2} (6 \pi Z)^{1/2}} \cdot \frac{4 \pi}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2} = \frac{0,176 \cdot 10^{-9} \text{ cm}}{Z^{1/2}} \cdot \frac{4 \pi}{\lambda} \sin \frac{\theta}{2} \quad (9)$$

definiert. In der letzten Formel ist a_0 der kleinste Bohrsche Wasserstoffradius, λ ist die Wellenlänge des Röntgenstrahles bzw. die der Materiewelle

⁴⁾ I. Waller, Z. Physik **51**, 213 (1928).

⁵⁾ W. Heisenberg, Physik Z. **32**, 737 (1931).

der Elektronenstrahlen. Die Beziehung

$$\left[\frac{\varphi_0(x_0)}{x_0} \right]^{1/2} = w \quad (10)$$

bestimmt uns den Wert von x_0 . Die Formel (7) gilt für den Fall, daß die Energie der Lichtquanten des einfallenden Röntgenstrahles im Verhältnis zur Ionisierungsenergie eines Elektrons in der K -Schale des streuenden Atoms groß und im Verhältnis zu $m c^2$ klein ist.

Wir schreiben nun Gl. (8) in folgender Form

$$s_0^2 = 1 - \int_0^{x_0} \left\{ x^{1/2} \varphi_0^{1/2}(x) - \frac{3}{2} w x \cdot \varphi_0(x) + \frac{1}{2} w^3 x^2 \right\} dx. \quad (11)$$

Mit Hilfe der D.-Gl. (1) können wir die letzte Formel für $s_0^2(w)$ in der Gestalt schreiben

$$s_0^2 = 1 - \int_0^{x_0} \left\{ x \varphi_0''(x) - \frac{3}{2} w x \varphi_0(x) + \frac{1}{2} w^3 x^2 \right\} dx. \quad (12)$$

Eine leichte Rechnung gibt uns wegen der Formeln (2) und (12) für die Funktion $s_0^2(w)$ folgenden Ausdruck

$$s_0^2 = \varphi_0(x_0) - x_0 \varphi_0'(x_0) - \frac{1}{6} (w x_0)^3 + \frac{3}{2} w \int_0^{x_0} x \varphi_0(x) dx. \quad (13)$$

Für unsere Approximation $\varphi_{Ti}(x)$ erhalten wir für die Funktion $s_0^2(w)$ den Ausdruck

$$s_0^2 = \frac{2 + 5 a x_0 + 8 b x_0^2}{2 (1 + a x_0 + b x_0^2)^{1/2}} + \frac{3 (2 + a x_0) w}{(a^2 - 4 b) (1 + a x_0 + b x_0^2)^{1/2}} - \frac{6 w}{(a^2 - 4 b)} - \frac{1}{6} (w x_0)^3. \quad (14)$$

Die Buchdahlsche Approximation $\varphi_{Bu}(x)$ schreiben wir zuerst in folgender Form

$$\varphi_0(x) = \frac{1}{(1 + A x)(1 + B x)(1 + C x)} = \frac{\alpha}{1 + A x} + \frac{\beta}{1 + B x} + \frac{\gamma}{1 + C x}, \quad (15)$$

wo die Konstanten α, β, γ gegeben sind durch

$$\alpha = \frac{A^2}{(A - B)(A - C)} \quad \beta = \frac{B^2}{(A - B)(C - B)} \quad \gamma = \frac{C^2}{(A - C)(B - C)}. \quad (16)$$

Diese Konstanten α, β, γ erfüllen die Beziehungen

$$\alpha + \beta + \gamma = 1; \quad \frac{\alpha}{A} + \frac{\beta}{B} + \frac{\gamma}{C} = 0 \quad \frac{\alpha}{A^2} + \frac{\beta}{B^2} + \frac{\gamma}{C^2} = 0. \quad (17)$$

Tabelle 1
Die Funktionen $s_0^2(w)$

w	0	0,001	0,003583	0,025	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	∞
Gleichung (14)	x_0^+ $s_0^2(w)$	100 0,0122	50 0,0398	15,701 0,196	9,858 0,317	5,924 0,480	3,349 0,671	2,310 0,783	1,735 0,855	1,113 0,940	0,7851 0,982	0,000 1
Gleichung (18)	x_0^- $s_0^2(w)$	99,149 0,0123	49,716 0,0412	15,751 0,198	9,907 0,321	5,923 0,486	3,352 0,667	2,306 0,783	1,725 0,840	1,103 0,915	0,7762 0,964	0,000 1
Numerische Werte nach Bewilogua	$s_0^2(w)$	—	—	0,199	0,319	0,486	0,674	0,776	0,839	0,909	0,944	1

Eine einfache Rechnung zeigt, daß man mit Hilfe der Buchdahlschen Approximation $\varphi_{Bu}(x)$ für die Funktion $s_0^2(w)$ folgenden Ausdruck erhält

$$s_0^2(w) = \frac{\alpha(1+2Ax_0)}{(1+Ax_0)^2} + \frac{\beta(1+2Bx_0)}{(1+Bx_0)^2} + \frac{\gamma(1+2Cx_0)}{(1+Cx_0)^2} - \frac{3}{2}w \left[\frac{\alpha}{A^2} \ln(1+Ax_0) + \frac{\beta}{B^2} \ln(1+Bx_0) + \frac{\gamma}{C^2} \ln(1+Cx_0) \right] - \frac{1}{6}(wx_0)^3. \quad (18)$$

In den Formeln (14) und (18) für die Funktionen $s_0^2(w)$ bedeutet x_0 die Wurzel der Gl. (10). Bewilogua⁶⁾ hat für verschiedene w -Werte die Funktionen $s_0^2(w)$ numerisch berechnet. Tab. 1 gibt einen Vergleich unserer Funktionen $s_0^2(w)$ mit der numerischen Funktion $s_0^2(w)$ von Bewilogua für verschiedene w -Werte.

Die Übereinstimmung ist im gesamten Intervall $0 \leq w \leq \infty$ recht gut. Tab. 1 zeigt weiter, daß die Intensität der inkohärenten Streuung mit wachsendem w , also mit wachsendem $(\sin \Theta/2)/\lambda$, zunimmt.

Die Funktionen $s_0^2(w)$ erlauben uns auch die Berechnung der inkohärenten Streuung von Elektronenstrahlen. In diesem Falle gilt bekanntlich für die Streuintensität

$$I_\Theta = I_0 \frac{64 \pi^4 m^2 e^4}{h^4} \frac{1}{R^2} \frac{Z s_0^2}{\kappa^4}, \quad (19)$$

mit

$$\kappa = \frac{4\pi}{\lambda} \sin \frac{\Theta}{2}. \quad (20)$$

Die Formel (19) gilt nur dann, wenn der Beitrag der Sekundärelektronen vernachlässigt werden kann, was für Streuwinkel unterhalb von 45° der Fall ist. Außerdem ist wie bekannt vorausgesetzt, daß der Primärstrahl aus schnellen Elektronen besteht, deren Geschwindigkeit aber im

⁶⁾ L. Bewilogua, Physik. Z. **32**, 740 (1931).

⁷⁾ P. Gombás, Die statistische Theorie des Atoms. Springer, Wien 1949.

Verhältnis zur Lichtgeschwindigkeit c klein sein soll. Tab. 1 zeigt, daß auch der Fall der inkohärenten Streuung von Elektronenstrahlen durch unsere Formeln (14) bzw. (18) gut beschrieben wird.

Der Autor dankt Herrn Prof. F. J. Wisniewski für sein Interesse an dieser Arbeit.

Łódź (Polen), Theoretisch-physikalisches Institut der Universität Łódź.

Bei der Redaktion eingegangen am 6. Dezember 1957.

Zur Theorie der Dirac-Teilchen mit orientiertem Spin

Von A. Sokolow und B. Kerimow

Inhaltsübersicht

Es wird gezeigt, daß Erscheinungen, die mit der Nichterhaltung der Parität bei schwacher Wechselwirkung zusammenhängen, mit Hilfe von Dirac-Gleichungen unter Berücksichtigung der Spinorientierung untersucht werden können.

1. Einführung

Vor kurzem fanden Lee und Yang^{1) 2)} eine neue fundamentale Eigenschaft der Elementarteilchen, die Nichterhaltung der Parität bei schwachen Wechselwirkungen.

Eine besonders gute theoretische Untermauerung dieser Idee lieferte die Betrachtung des spontanen Zerfalls von Teilchen, bei dem Neutrinos emittiert werden (β -Zerfall, Zerfall von π - und μ -Mesonen).

Entsprechend der neuen Theorie hängt die Nichterhaltung der Parität mit verschiedenen Werten der Spinprojektion auf die Bewegungsrichtung des Neutrinos bzw. des Antineutrinos zusammen.

Einige Voraussagen von Lee und Yang wurden experimentell bestätigt (obwohl bisher nur eine gute qualitative Übereinstimmung mit der Theorie erzielt wurde). Es handelt sich hierbei sowohl um die Untersuchung der polaren Anisotropie der Strahlungsintensität beim Zerfall von Teilchen mit orientiertem Spin^{3) 4)} als auch um die Betrachtung der Polarisierungseigenschaften beim Zerfall von Teilchen mit beliebig gerichtetem Spin⁵⁻⁸⁾. Den Berechnungen zufolge^{9) 10)} müssen Elektronen mit orientiertem Spin zirkular polarisierte Photonen emittieren.

¹⁾ T. Lee u. C. Yang, Physic. Rev. **104**, 254 (1956).

²⁾ T. Lee u. C. Yang, Physic. Rev. **105**, 1671 (1957).

³⁾ C. Wu, E. Ambler, R. Hayward, D. Hoppes u. R. Hudson, Physic. Rev. **105**, 1413 (1957).

⁴⁾ M. Burgy, E. Epstein, V. Krohn, T. Novey, S. Rahoy, G. Ringo u. V. Telegdi, Physic. Rev. **107**, 1731 (1957).

⁵⁾ R. Garwin, L. Ledermann u. M. Weinrich, Physic. Rev. **105**, 1415 (1957).

⁶⁾ J. Friedemann u. V. Telegdi, Physic. Rev. **105**, 1681 (1957).

⁷⁾ H. Frauenfelder, R. Bobone u. a., Physic. Rev. **106**, 386 (1957).

⁸⁾ M. Goldhaber, L. Grodzins u. A. W. Sunyar, Physic. Rev. **106**, 826 (1957).

⁹⁾ J. Nadshafow, Nachrichten der Staatl. Mosk. Universität (UdSSR) im Druck.

¹⁰⁾ K. McVoy, Physic. Rev. **106**, 828 (1957).

Als Wellengleichung wurde für das Neutrino die sogenannte Zweikomponentengleichung verwendet, die nur dann Gültigkeit besitzt, wenn die Masse des Neutrinos genau Null ist^{2) 11) 12)}.

Andererseits wurde die allgemeine Theorie der Dirac-Teilchen mit orientiertem Spin in folgenden Arbeiten entwickelt¹³⁻¹⁵⁾. Im vorliegenden Artikel wollen wir diese Theorie zur Beschreibung von Erscheinungen benutzen, die mit neuen Neutrinoeigenschaften zusammenhängen. Diese Arbeiten werden ausführlich im § 21 der Monographie¹⁶⁾ besprochen [siehe auch¹⁷⁾].

2. Berechnung der Matrixelemente unter Berücksichtigung der Spinzustände

Bekanntlich hat die Dirac-Gleichung für freie Teilchen folgendes Aussehen:

$$\left(-\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t} - H\right) \psi = 0, \quad (1)$$

wobei H die Hamilton-Funktion ist:

$$H = \frac{\hbar c}{i} \varrho_1 (\vec{\sigma} \vec{\nabla}) + \varrho_3 m_0 c^2. \quad (2)$$

Um die Spinzustände eindeutig einzuführen, müssen wir eine Zusatzbedingung verwenden:

$$\left(s - \frac{(\vec{\sigma} \vec{\nabla})}{i \sqrt{-\nabla^2}}\right) \psi = 0. \quad (3)$$

Dann sieht die Lösung folgendermaßen aus:

$$\psi = L^{-1/2} \sum_{\vec{k}, s, \varepsilon} C(\vec{k}, s, \varepsilon) b(\vec{k}, s, \varepsilon) e^{-i\varepsilon c K t + i \vec{k} \cdot \vec{r}}. \quad (4)$$

Hier ist $\vec{p} = \varepsilon \hbar \vec{k}$ — der Impuls, $E = \varepsilon c \hbar K = \varepsilon c \hbar \sqrt{k^2 + k^2}$ — die Energie des Teilchens; $m_0 = \frac{k_0 \hbar}{c}$ — die Ruhmasse; ε bestimmt das Vorzeichen der Energie und s bedeutet die doppelte Projektion des Spins auf die Bewegungsrichtung des Teilchens. Bei $s = 1$ ist der Spin mit der Bewegungsrichtung gleichgerichtet, bei $s = -1$ ist der Spin der Bewegung des Teilchens entgegengerichtet.

Die Größe $C+C$ charakterisiert die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Teilchens im Zustand (k, s, ε) .

¹¹⁾ A. Salam, *Nuovo Cimento*, **5**, 299 (1957).

¹²⁾ L. Landau, *Nuclear Physics*, **3**, 127 (1957).

¹³⁾ A. Sokolow, *Journ. of Physics (UdSSR)*, **9**, 363 (1945).

¹⁴⁾ A. Sokolow u. A. Muchtarow, *Nachrichten der Staatl. Mosk. Univers. (UdSSR)*, **8**, 63 (1948).

¹⁵⁾ A. Sokolow u. B. Kerimow, *Nuovo Cimento*, **5**, 921 (1957).

¹⁶⁾ A. Sokolow, „Quantenelektrodynamik“, Akademie-Verlag Berlin 1957.

¹⁷⁾ A. Sokolow, *J. exp. theoret. Phys. (UdSSR)*, **33**, 794 (1957).

Die Amplituden $b(\vec{k}, s, \varepsilon)$ bilden eine vierreihige, einzeilige Matrix¹⁵⁾:

$$b = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{1 + \frac{k_0}{\varepsilon K}} \cos \theta_s \\ \sqrt{1 + \frac{k_0}{\varepsilon K}} \sin \theta_s e^{i\varphi} \\ s \varepsilon \sqrt{1 - \frac{k_0}{\varepsilon K}} \cos \theta_s \\ s \varepsilon \sqrt{1 - \frac{k_0}{\varepsilon K}} \sin \theta_s e^{i\varphi} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

wo θ, φ sphärische Winkel des Vektors \vec{k} und $\theta_s = \frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{4} (1 - s)$ sind.

In dieser Arbeit wollen wir die Theorie der Dirac-Teilchen mit orientiertem Spin auf den Fall verallgemeinern, in dem die Teilchen verschiedene Massen besitzen ($k_0 \neq k_0$).

Bei der Berechnung der Matrixelemente werden wir folgenden Ausdruck erhalten [s. a. ¹⁴⁾ Gl. (21,1)]:

$$\langle \gamma_{\mu' \nu}, \gamma_{\mu \nu} \rangle = b^+(\vec{k}, s, \varepsilon) \gamma_{\mu' \nu} b(\vec{k}', s', \varepsilon') b^+(\vec{k}', s', \varepsilon') \gamma_{\mu \nu} b(\vec{k}, s, \varepsilon). \quad (6)$$

Hier ist $b(\vec{k}, s, \varepsilon)$ die Spinamplitude eines Dirac-Teilchens mit der Ruhmasse $m_0 = k_0 \hbar/c$.

Bei der Berechnung der Matrixelemente lassen sich die Dirac-Matrizen $\gamma_{\mu \nu}$ bequem in folgender Weise darstellen [s. ¹⁶⁾ Gl. (21,13)]:

$$\gamma_{\mu \nu} = \varrho_\mu \sigma_\nu = \sigma_\nu \varrho_\mu; \quad (\mu, \nu = 1, 2, 3, 4), \quad (7)$$

wobei $\varrho_4 = \sigma_4 = I$ (Einheitsmatrix) ist. Unter der Matrix σ_n werden wir den Ausdruck $(\vec{\sigma} \cdot \vec{n})$ verstehen, wo \vec{n} der Einheitsvektor in einer beliebigen dreidimensionalen Richtung ist.

Dann finden wir für das gesuchte Matrixelement (6) den Ausdruck [s. ¹⁶⁾ Gl. (21,15)]:

$$\langle \gamma_{\mu' \nu}, \gamma_{\mu \nu} \rangle = \frac{1}{4} \varrho_{\mu' \mu} \sigma_{\nu \nu}, \quad (8)$$

wo

$$\begin{aligned} \varrho_{\mu' \mu} &= \frac{1}{4} \text{Spur } \varrho_{\mu'} \left(1 + \varrho_1 \varepsilon' s' \frac{k'}{K'} + \varrho_3 \varepsilon' \frac{k'_0}{K'} \right) \cdot \\ &\quad \cdot \varrho_\mu \left(1 + \varrho_1 \varepsilon s \frac{k}{K} + \varrho_3 \varepsilon \frac{k_0}{K} \right), \\ \sigma_{\nu \nu} &= \frac{1}{4} \text{Spur } \sigma_{\nu'} \left(1 + s' \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{k}'}{k'} \right) \sigma_\nu \left(1 + s \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{k}}{k} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Nach Berechnung der Spur in den letzten Ausdrücken erhalten wir folgende Darstellung für die Größen $\varrho_{\mu' \mu}$ und $\sigma_{\nu' \nu}$:

$$\begin{pmatrix} \varrho_{11} \\ \varrho_{22} \\ \varrho_{33} \\ \varrho_{44} \end{pmatrix} = 1 \pm \varepsilon \varepsilon' s s' \frac{k k'}{K K'} \mp \varepsilon \varepsilon' \frac{k_0 k'_0}{K K'};$$

(15):

$$\left. \begin{aligned} -i \varrho_{12} = i \varrho_{21} \\ \varrho_{34} = \varrho_{43} \end{aligned} \right\} = \frac{\varepsilon k_0}{K} \mp \frac{\varepsilon' k'_0}{K'}; \quad \left. \begin{aligned} -i \varrho_{13} = \varrho_{31} \\ -i \varrho_{24} = i \varrho_{42} \end{aligned} \right\} = \varepsilon \varepsilon' s \frac{k'_0 k}{K' K} \pm \varepsilon \varepsilon' s' \frac{k_0 k'}{K K'}; \\ \left. \begin{aligned} -i \varrho_{14} = \varrho_{41} \\ -i \varrho_{23} = i \varrho_{32} \end{aligned} \right\} = \varepsilon s \frac{k}{K} \pm \varepsilon' s' \frac{k'}{K'}; \quad \sigma_{44} = 1 + s s' \frac{(\vec{k} \cdot \vec{k}')}{K K'}; \quad (10)$$

(5)

$$\sigma_{nn'} = (\vec{n} \cdot \vec{n}') \left(1 - s s' \frac{(\vec{k} \cdot \vec{k}')}{k k'} \right) + i \left(\left(s \frac{\vec{k}}{k} - s' \frac{\vec{k}'}{k'} \right) [\vec{n} \cdot \vec{n}'] \right) \\ + s s' \frac{(\vec{k} \cdot \vec{n})(\vec{k}' \cdot \vec{n}') + (\vec{k} \cdot \vec{n}')(\vec{k}' \cdot \vec{n})}{k k'} \quad (11)$$

nd.

tiertem
Massen

usdruck

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{n4} \\ \sigma_{4n} \end{aligned} \right\} = \frac{s k' (\vec{k} \cdot \vec{n}) + s' k (\vec{k}' \cdot \vec{n})}{k k'} \mp \frac{i s s' (\vec{n} [\vec{k} \cdot \vec{k}'])}{k k'}; \quad (n, n' = 1, 2, 3).$$

Die in ¹⁶⁾ [s. Formel (21,17) und (21,18)] angeführten Ergebnisse können daraus gefunden werden, wenn wir $k_0 = k'_0$ setzen.

3. Der Einfluß der Spinorientierung beim Elektron und beim Neutrino auf den β -Zerfall und den Zerfall der π -Mesonen

(6)

hmasse

matrizen

Zuerst wollen wir die Theorie des Neutrinos mit orientiertem Spin für die Analyse des Einflusses von Spinzuständen des Elektrons auf den β -Zerfall benutzen¹⁷⁾. Die allgemeinste, keine Ableitungen enthaltende Hamilton-Funktion der Wechselwirkung in der gewöhnlichen Theorie des β -Zerfalls hat folgendes Aussehen:

$$U = \sum_j g_j (\psi_p^\dagger O_j \psi_n) (\psi_e^\dagger O_j \psi_\nu), \quad (12)$$

(7)

wir den

n drei-

k [s. ¹⁶⁾

wo ψ_p^\dagger, ψ_n die Wellenfunktionen des Protons und des Neutrons bzw. ψ_e^\dagger, ψ_ν die des freien Elektrons und des Neutrinos sind; g_j ist die Wechselwirkungskonstante. Der Operator O_j , der sich aus 16 Dirac-Matrizen zusammensetzt, stellt alle möglichen Variationen des β -Zerfalls dar ($j = S, V, T, A$ und P):

$$O_S = \varrho_3; \quad O_V = \alpha_\mu = \vec{\alpha}, i I; \quad O_T = \alpha_{\mu\nu} = \varrho_3 \vec{\sigma}, i \varrho_2 \vec{\sigma}; \quad (13)$$

(8)

$$O_A = \sigma_\mu = \vec{\sigma}, i \varrho_1; \quad O_P = \varrho_2.$$

Bekanntlich wird die Wahrscheinlichkeit für den β -Zerfall in der Zeiteinheit durch folgende Formel definiert:

(9)

$$W dK' d\Omega_e d\Omega_\nu = \frac{R}{c \hbar^2 (2\pi)^5} K' \sqrt{K'^2 - k_0'^2} (\Delta K - K')^2 dK' d\Omega_e d\Omega_\nu, \quad (14)$$

wobei das Matrixelement der Elektron-Neutrino-Funktionen folgendes Aussehen hat:

liegende

$$R = \sum_j g_j M_j^\dagger b_\nu^\dagger(\vec{k}, s, \varepsilon) O_j^\dagger b_e(\vec{k}', s', \varepsilon') \sum_{j'} g_{j'} M_{j'} b_e^\dagger(\vec{k}', s', \varepsilon') O_{j'} b_\nu(\vec{k}, s, \varepsilon), \quad (15)$$

$$M_j = \int \psi_p^\dagger e^{i\vec{r} \cdot (\vec{k} - \vec{k}')} O_j \psi_n d^3x,$$

wo

$$j, j' = S, V, T, A, P \text{ ist.} \quad (16)$$

Hier sind b_ν und b_e die Diracschen Spinamplituden des Neutrinos und des Elektrons, $c \hbar \Delta K = c \hbar (K_n - K_p)$ die Energiedifferenz von Neutron und Pro-

ton, $\vec{p}' = \hbar \varepsilon' \vec{k}$, $\vec{p} = \hbar \varepsilon \vec{k}$ die Impulse des Elektrons und des Neutrinos, $m_0' = \hbar k_0'/c$ die Ruhmasse des Elektrons. Die Ruhmasse des Neutrinos nehmen wir als Null an ($k_0 = 0$).

Bei der weiteren Berechnung der Größen R beschränken wir uns hinsichtlich des Nukleons auf die nichtrelativistische Näherung

$$(q_1^N \sim q_2^N \sim \vec{\alpha}^N \sim \frac{v^N}{c} \sim 0).$$

Mit Hilfe der Formeln (10), (11) können wir aus (15) die Werte für R finden, und zwar für erlaubte Übergänge unter Berücksichtigung der Spinorientierung beim Elektron (s') und beim Neutrino (s):

a) Skalar- und Vektorvariante:

$$\begin{aligned} R^{S,V} &= g_{S,V}^2 |M|^2 \begin{Bmatrix} \langle \gamma_{34}, \gamma_{34} \rangle \\ \langle \gamma_{44}, \gamma_{44} \rangle \end{Bmatrix} = \\ &= \frac{1}{4} g_{S,V}^2 |M|^2 \left(1 + s s' \frac{(\vec{k} \cdot \vec{k}')}{k k'} \right) \left(1 \mp \varepsilon \varepsilon' s s' \frac{k'}{K'} \right), \end{aligned} \quad (17)$$

wobei das Minuszeichen sich auf die Skalarvariante (S) und das Pluszeichen auf die Vektorvariante (V) bezieht.

b) Tensor- und Pseudovektorvariante

$$\begin{aligned} R^{T,A} &= g_{T,A}^2 M_n M_n^+ \begin{Bmatrix} \langle \gamma_{3n}, \gamma_{3n} \rangle \\ \langle \gamma_{4n}, \gamma_{4n} \rangle \end{Bmatrix} = \\ &= \frac{1}{4} g_{T,A}^2 \left(1 \mp \varepsilon \varepsilon' s s' \frac{k'}{K'} \right) \left\{ (\vec{M} \vec{M}^+) \left(1 - s s' \frac{(\vec{k} \cdot \vec{k}')}{k k'} \right) + \frac{i}{k k'} ([\vec{M} \vec{M}^+]) \right. \\ &\quad \cdot (s k' \vec{k} - s' k \vec{k}') + s s' \frac{(\vec{k} \vec{M})(\vec{k}' \vec{M}^+) + (\vec{k}' \vec{M})(\vec{k} \vec{M}^+)}{k k'} \left. \right\} \end{aligned} \quad (18)$$

und c) Pseudoskalarvariante $R^P \cong 0$, wo die Größen:

$$M = \int \psi_p^+ I \psi_n d^3 x, \quad \vec{M} = \int \psi_p^+ \vec{\sigma} \psi_n d^3 x, \quad (19)$$

die Matricelemente beim Übergang des Neutrons in ein Proton charakterisieren.

Analog können wir leicht den Wert für R im Falle der Superposition der skalaren Variante und der Tensorvariante finden. Durch Einsetzen von R -Werten aus (16)–(19) in (14) und durch Integration über alle Flugrichtungen des Elektrons und des Neutrinos erhalten wir für den β -Zerfall die Verteilung der Elektronen auf die Energien unter Berücksichtigung der Spinorientierung beim Elektron (s') und beim Neutrino (s):

$$W_{S,V,T,A} = \frac{1}{4} g_{S,V,T,A}^2 F \left(1 \mp \varepsilon \varepsilon' s s' \frac{k'}{K'} \right) \begin{Bmatrix} |M|^2 \\ |M|^2 \\ (\vec{M} \vec{M}^+) \\ (\vec{M} \vec{M}^+) \end{Bmatrix} \quad (20)$$

wo

$$F = \frac{1}{2\pi^3 c \hbar^3} K' \sqrt{K'^2 - k_0'^2} (\Delta K - K')^2$$

ist

Die erhaltenen Formeln (16)–(19) und (20) gestatten eine Berücksichtigung des Einflusses von neuen Spineigenschaften des Neutrinos auf den β -Zerfall.

Um die Resultate von Lee und Yang zu erhalten, müssen wir für Neutrinos $s = 1$, für Antineutrinos $s = -1$ setzen. In dieser Arbeit schlagen wir vor, für das Antineutrino einen solchen Wert von s zu wählen, daß der β -Zerfall mit einem Elektron immer mit einer Ausstrahlung eines Antineutrinos verbunden sei. Dann bedeuten in den Formeln (8)–(11) die Größen K' , \vec{k}' , s' und k'_0 respektive die Energie, den Impuls, die Spinprojektion und die Masse des Teilchens, das mit dem Neutrino entsteht (z. B. Elektron oder μ -Meson).

Wenn beim β -Zerfall ein Antineutrino emittiert wird ($n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$), müssen wir $\varepsilon = -1$, $s = 1$ setzen. Dann werden die Polarisationserscheinungen für emittierte Elektronen ($\varepsilon' = 1$) durch den Faktor $\frac{1}{4} (1 \mp \varepsilon \varepsilon' s' \frac{k'}{K'})$ aus den Beziehungen (20) festgelegt, wobei:

$$R^{S,T} = 1 + s' \frac{k'}{K'}, \quad R^{V,A} = 1 - s' \frac{k'}{K'} \quad \text{gilt.}$$

Die Menge der Elektronen, deren Spin dem Impuls gleichgerichtet ist, ist proportional R_1 ($s' = 1$). Ist der Spin dem Impuls entgegengerichtet, dann fungiert R_{-1} ($s' = -1$) als Proportionalitätsfaktor:

$$R_{s'}^{S,T} = R_{s'}^{V,A} = \left(1 + s' \frac{k'}{K'}\right). \quad (21)$$

Der Polarisationsgrad der Elektronen beim β -Zerfall eines nichtorientierten Kernes wird durch folgenden Ausdruck bestimmt:

$$P_j = \frac{R_1^j - R_{-1}^j}{R_1^j + R_{-1}^j}. \quad (22)$$

Daraus erhalten wir:

$$P_{S,T} = \frac{k'}{K'} = \frac{v}{c}, \quad P_{V,A} = -\frac{k'}{K'} = -\frac{v}{c}, \quad (23)$$

wo v die Geschwindigkeit des Elektrons ist. Aus (22), (23) folgt, daß Elektronen großer Energien in der skalaren Variante und in der Tensorvariante der Theorie in ihrer Bewegungsrichtung vollständig polarisiert sind ($R_{-1}^S = R_{-1}^T = 0$ bei $\frac{v}{c} \sim 1$). In der Vektor- und Pseudovektorvariante der Theorie sind sie entgegengesetzt zu ihrer Bewegungsrichtung vollständig polarisiert ($R_1^V = R_1^A = 0$ bei $\frac{v}{c} \sim 1$).

Erfolgt der β -Zerfall unter Emission eines Elektrons und eines Antineutrinos, muß man in den Formeln (20) $\varepsilon' = 1$, $\varepsilon s = 1$ setzen. Dann erhält man leicht für den Polarisationsgrad der Elektronen einen anderen Ausdruck:

$$P_{S,T} = -\frac{v}{c}, \quad P_{V,A} = \frac{v}{c}. \quad (23a)$$

Auf diese Weise folgt aus der Theorie des Neutrinos mit orientiertem Spin, daß beim β -Zerfall der nicht orientierten Kerne im Falle der Emission eines Antineutrinos mit orientiertem Spin eine Polarisation P der Elektronen in der Bewegungsrichtung beobachtet werden muß. Für erlaubte Übergänge (reine Fermi-Übergänge oder Gamow-Teller-Übergänge) beträgt die maximale Polarisation $\frac{v}{c}$ (oder $-\frac{v}{c}$).

Die Existenz einer derartigen Spinpolarisation für Elektronen, wobei der Spin der Bewegungsrichtung der Elektronen entgegengerichtet ist, konnte unlängst⁷⁾ beim Zerfall der nichtorientierten Kerne des Co^{60} experimentell nachgewiesen werden. Also wird für Antineutrinos bei $\varepsilon = -1$ im Falle der V - oder A -Wechselwirkung die Größe $s = 1$, aber im Falle der T - oder S -Wechselwirkung $s = -1$. Für den Neutrino-Fall muß man die Zeichen ändern.

Relativistische Elektronen mit orientiertem Spin (der Bewegungsrichtung gleich- oder entgegengerichtet) emittieren zirkular polarisierte Bremsphotonen (Links- und Rechtspolarisation)⁹⁾¹⁰⁾. Die Existenz einer derartigen Zirkularpolarisation der Bremsstrahlung der Elektronen, die von $\text{Sr}^{90} + \text{Y}^{90}$ emittiert werden, wurde vor ganz kurzer Zeit experimentell nachgewiesen⁸⁾.

Gegenwärtig ist es schwierig, sich für die eine oder die andere Variante der Theorie zu entscheiden. Es ist möglich, daß erst ihre Kombination zum Ziele führen wird.

Untersuchen wir jetzt den Einfluß der Spinorientierung des Neutrinos auf den Zerfall des π -Mesons. Als Beispiel betrachten wir den Zerfall $\pi \rightarrow \mu + \nu$. In dem Koordinatensystem, in welchem das π -Meson ruht, hängt der Impuls des μ -Mesons $\vec{k}_\mu = -\vec{k}'$ mit dem Impuls $\vec{k}_\nu = \vec{k}$ des Neutrinos wie folgt zusammen: $\vec{k} = \vec{k}'$. Der Wechselwirkungsoperator für den Zerfall des π -Mesons ($\pi \rightarrow \mu + \nu$) muß folgende Form haben:

$$U = g \varphi_\pi \psi_\nu^\dagger \varrho_2 \psi_\mu. \quad (24)$$

In diesem Fall erhalten wir aus (15), (8)–(11), daß die Wahrscheinlichkeit der Emission eines μ -Mesons dem Faktor

$$\begin{aligned} R &= \langle \gamma_{24}, \gamma_{24} \rangle = \frac{1}{4} \varrho_{22} \sigma_{44} = \\ &= \frac{1}{4} \left(1 - \varepsilon \varepsilon' s s' \frac{k k'}{K K'} - \varepsilon \varepsilon' \frac{k_0 k'_0}{K K'} \right) \left(1 + s s' \frac{\vec{k} \cdot \vec{k}'}{k k'} \right) \end{aligned} \quad (25)$$

proportional ist. Wenn das Neutrino beim π -Zerfall vollständig polarisiert ist ($\varepsilon = 1, k_0 = 0$), wird die Polarisation des μ -Mesons ($\varepsilon' = -1$) durch folgenden Ausdruck definiert:

$$R = \frac{1}{4} \left(1 + s' s \frac{k'}{K'} \right) (1 + s' s). \quad (26)$$

Daraus ist ersichtlich, daß die emittierten Neutrinos beim Zerfall $\pi \rightarrow \mu + \nu$ in ihrer Bewegungsrichtung vollständig polarisiert sein werden, da R nur dann von Null verschieden sein wird, wenn $s' = 1$ ist, d. h. wenn Spin und Bewegungsrichtung des μ -Mesons gleichgerichtet sind ($\varepsilon' = -1$).

Auf diese Weise kann man unter Zuhilfenahme der Theorie des Neutrinos mit orientiertem Spin bei der Wechselwirkungsenergie ohne Kombinationen der Größen und ihrer Pseudowerte auskommen. Man muß noch bemerken, daß wir mit Hilfe der Theorie der Dirac-Teilchen mit orientiertem Spin in der Lage sind, auf zwei Arten sowohl die Eigenschaften des Neutrinos als auch die der Antineutrinos zu beschreiben: 1. $s = \pm 1, \varepsilon = 1$ und 2. $s = \mp 1, \varepsilon = -1$.

Man erhält völlig identische Ergebnisse nur dann, wenn die Ruhmasse fehlt: $k_0 = 0$. Diese identischen Ergebnisse dienen gerade als Grundlage bei der Beweisführung der kombinierten Invarianz²⁾¹²⁾.

Ist die Ruhmasse von Null verschieden ($k_0 \neq 0$), so führen die Zustände 1. und 2. für das Neutrino (oder Antineutrino) zu unterschiedlichen Resultaten. Deshalb erhält man mit Hilfe dieser Theorie bei $k_0 \neq 0$ vier verschiedene Zustände. Jeder dieser Zustände zeigt für sich betrachtet keine kombinierte Invarianz.

Zum Schluß sei noch bemerkt, daß trotz der gleichzeitigen Anwesenheit von Teilchen (Elektronen, Protonen, Neutronen usw.) und Antiteilchen (Positronen, Antiprotonen, Antineutronen usw.) unsere Welt deutlich asymmetrisch hinsichtlich der Anzahl der Teilchen und Antiteilchen ist. Es ist durchaus möglich, daß diese Asymmetrie in unserer Welt gerade durch die Nichterhaltung der Parität zum Ausdruck kommt. Wenn dies tatsächlich der Fall ist, dann muß die Asymmetrie, die mit der Parität verbunden ist, in der „Antiwelt“ gerade umgekehrt sein.

Moskau, Staatliche Universität, Physikalische Fakultät.

Bei der Redaktion eingegangen am 24. Dezember 1957.

Der kohärente Streustrahlungskoeffizient im Thomas-Fermischen Modell

Von L. Kotodziejczyk

Mit 1 Abbildung

Inhaltsübersicht

In dieser Arbeit berechnen wir den Streustrahlungskoeffizienten mit Hilfe der Rozentsalschen Approximation der Thomas-Fermi-Funktion für freie neutrale Atome.

Es ist bekannt, daß Debye¹⁾ den Streustrahlungskoeffizienten für verschiedene Wellenlängen λ des einfallenden Lichtes berechnet hat. Die Resultate von Debye gelten nicht für alle Wellenlängen des einfallenden Lichtes. Franz²⁾ erweiterte die Resultate von Debye auf sehr harte Strahlungen ($\lambda < 0,2 \text{ \AA}$). Debye und Franz berechneten den Streustrahlungskoeffizienten im Thomas-Fermischen Modell. In dieser Arbeit geben wir eine Berechnung des Streustrahlungskoeffizienten für jede Wellenlänge des einfallenden Lichtes. Franz hat den Streustrahlungskoeffizienten für sehr kurzwellige Strahlen analytisch mit Hilfe der Backerschen³⁾ Entwicklung der Thomas-Fermischen Funktion dargestellt. Wie bekannt, gilt die Backersche Entwicklung der Thomas-Fermischen Funktion nur für kleine x -Werte.

Für die Ableitung des Streustrahlungskoeffizienten ist der Atomformfaktor A grundlegend, welcher im Thomas-Fermischen Modell folgende Darstellung hat

$$A = Z \int_0^\infty x^{-1/2} \varphi^{3/2} \frac{\sin(ux)}{u} dx. \quad (1)$$

Z ist Ordnungszahl des Atoms und u ist durch folgende Formel gegeben

$$u = \frac{5,9 Z^{-1/2} \cdot 10^{-8} \text{ cm}}{\lambda} \sin \frac{\Theta}{2}. \quad (2)$$

λ ist die Wellenlänge des einfallenden Lichtes und Θ ist der Streuwinkel zwischen dem einfallenden und dem gestreuten Licht.

Die Thomas-Fermische Funktion des neutralen Atoms ist in der Formel (1) durch $\varphi(x)$ bezeichnet. Wie bekannt ist $\varphi(x)$ durch die D.-Gl. definiert

$$\varphi''(x) = x^{-1/2} \varphi^{3/2}(x). \quad (3)$$

1) P. Debye, Physik. Z. **31**, 419 (1930).

2) W. Franz, Z. Physik **98**, 314 (1935).

3) E. B. Baker, Physic. Rev. **36**, 630 (1930).

Die Randbedingungen für $\varphi(x)$ sind:

$$\varphi(0) = 1, \varphi(\infty) = 0, \varphi'(0) = \text{const.} \quad (4)$$

Den Formfaktor A können wir mit Hilfe der Thomas-Fermischen D.-Gl. und mit Hilfe der Randbedingungen (4) für $\varphi(x)$ in folgender Form durch partielle Integration darstellen:

$$A(u) = Z \left(1 - u \int_0^\infty \varphi(x) \sin u x dx \right). \quad (5)$$

Die Rozentalsche Approximation⁴⁾ lautet wie bekannt

$$\varphi_R(x) = C_1 e^{-\alpha x} + C_2 e^{-\beta x} + C_3 e^{-\gamma x}, \quad (6)$$

wo die Konstanten $\alpha, \beta, \gamma; C_1, C_2, C_3$ die Werte haben

$$\begin{array}{lll} \alpha = 0,246 & \beta = 0,947 & \gamma = 4,356 \\ C_1 = 0,255 & C_2 = 0,581 & C_3 = 0,164. \end{array}$$

Setzt man $\varphi_R(x)$ in die Formel (5) für den Atomformfaktor A ein, so erhält man:

$$A = Z \left(\frac{C_1 \alpha^2}{u^2 + \alpha^2} + \frac{C_2 \beta^2}{u^2 + \beta^2} + \frac{C_3 \gamma^2}{u^2 + \gamma^2} \right). \quad (7)$$

Der Streustrahlungskoeffizient σ_{k0h} für elastische Streuung läßt sich durch den Atomformfaktor wie folgt ausdrücken:

$$\sigma_{k0h} = 2\pi \frac{e^4}{E_0^2} \int_{-1}^{+1} A^2 d(\cos \Theta) = 2\pi \frac{e^4}{E_0^2} \cdot 2 \left(\frac{\lambda}{b} \right)^2 \int_0^{b/\lambda} A^2 u du. \quad (8)$$

Einsetzen von A nach Formel (7) in (8) liefert:

$$\begin{aligned} \sigma_{k0h} = \sigma_0 \left\{ C_1^2 x + C_2^2 y + C_3^2 z + 2 \left(\frac{\lambda}{b} \right)^2 \left[\frac{C_1 C_2 \alpha^2 \beta^2}{\alpha^2 - \beta^2} \lg \frac{x}{y} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{C_1 C_3 \alpha^2 \gamma^2}{\alpha^2 - \gamma^2} \lg \frac{x}{z} + \frac{C_2 C_3 \beta^2 \gamma^2}{\beta^2 - \gamma^2} \lg \frac{y}{z} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (9)$$

wo

$$\sigma_0 = 2\pi \frac{e^4}{E_0^2} Z^2, \quad x = \frac{1}{1 + \left(\frac{b}{\alpha \lambda} \right)^2}, \quad y = \frac{1}{1 + \left(\frac{b}{\beta \lambda} \right)^2}, \quad z = \frac{1}{1 + \left(\frac{b}{\gamma \lambda} \right)^2}.$$

Hieraus erhält man für den Fall $\lambda \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned} \sigma_{k0h} = \sigma_0 \left(\frac{\lambda}{h} \right)^2 \left\{ C_1^2 \alpha^2 + C_2^2 \beta^2 + C_3^2 \gamma^2 + 2 \left[\frac{C_1 C_2 \alpha^2 \beta^2}{\alpha^2 - \beta^2} \lg \frac{\alpha^2}{\beta^2} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{C_1 C_3 \alpha^2 \gamma^2}{\alpha^2 - \gamma^2} \lg \frac{\alpha^2}{\gamma^2} + \frac{C_2 C_3 \beta^2 \gamma^2}{\beta^2 - \gamma^2} \lg \frac{\beta^2}{\gamma^2} \right] \right\} = 1,09 \sigma_0 \left(\frac{\lambda}{b} \right)^3. \end{aligned} \quad (10)$$

Für $\lambda \rightarrow 0$ strebt σ_{k0h} mit λ quadratisch nach Null, und für $\lambda \rightarrow \infty$ wird σ_{k0h} asymptotisch konstant:

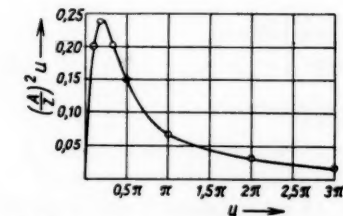
$$\begin{aligned} \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \sigma_{k0h} = \sigma_0 [C_1^2 + C_2^2 + C_3^2 + 2 C_1 C_2 + 2 C_1 C_3 + 2 C_2 C_3] \\ = \sigma_0 (C_1 + C_2 + C_3)^2 = \sigma_0 = 2\pi \frac{e^4}{E_0^2} Z^2 = \text{const.} \end{aligned} \quad (11)$$

⁴⁾ S. Rozental, Z. Physik 98, 742 (1935).

Tab. 1 gibt uns die numerischen Werte von $\left(\frac{A}{Z}\right)^2 u$ für einige u -Werte.

Tabelle 1

u	$0,05 \pi$	$0,1 \pi$	$0,2 \pi$	$0,3 \pi$	$0,4 \pi$	π	2π	3π
$\left(\frac{A}{Z}\right)^2 u$	0,131	0,193	0,225	0,204	0,173	0,078	0,028	0,011



$\left(\frac{A}{Z}\right)^2 u$ — nach Debye und Franz

$\left(\frac{A}{Z}\right)^2 u$ —○— unsere Resultate

Abb. 1

Abb. 1 stellt den Verlauf von $\left(\frac{A}{Z}\right)^2 u$ als Funktion von u dar.

Wie ersichtlich sind unsere Resultate identisch mit den Resultaten von Debye und Franz.

Für $h\nu \gg E_0$ bekommt Franz für $\frac{\sigma_{koh}}{\sigma_{KN}}$ den exakten Wert

$$\frac{\sigma_{koh}}{\sigma_{KN}} = 2,1 \cdot 10^{-5} Z^{1/2} \frac{E_0}{h\nu}, \quad (12)$$

wo σ_{KN} den Streustrahlungskoeffizienten von Klein-Nishina bedeutet. In unserem Falle haben wir

$$\frac{\sigma_{koh}}{\sigma_{KN}} = 1,4 \cdot 10^{-5} Z^{1/2} \frac{E_0}{h\nu}. \quad (13)$$

Die zwei letzten Formeln für $\frac{\sigma_{koh}}{\sigma_{KN}}$ zeigen denselben Verlauf in E_0 , Z , $h\nu$. Der Unterschied liegt nur in dem Koeffizienten, welcher in unserem Falle $1,4 \cdot 10^{-5}$ lautet, während der exakte Wert $2,1 \cdot 10^{-5}$ beträgt. Wir sehen, daß der Unterschied für eine sehr harte Strahlung nicht groß ist. Für eine Strahlung mit $h\nu < E_0$ ist, wie Tab. 1 und Abb. 1 zeigen, unsere Formel (9) für σ_{koh} gut brauchbar.

Łódź (Polen), Physikalisch-Theoretisches Institut der Universität Łódź.

Bei der Redaktion eingegangen am 20. Januar 1958.

Werte.

3π

0,011

$\left(\frac{A}{Z}\right)^2$

sultate
Debye

z für

(12)

zienten
In un-

(13)

v. Der

$4 \cdot 10^{-5}$

Unter-
ng mit
oh gut

Łódź.

Beobachtungen an gekoppelten Niederdruckentladungen in Argon

Von Karl Rademacher und Karl Wojaczek

Mit 7 Abbildungen

Inhaltsübersicht

In kreuzförmigen Entladungsrohren, die mit reinem Argon niedrigen Drucks gefüllt waren, konnten gleichzeitig mehrere miteinander gekoppelte Entladungen mit Stromstärken bis zu einigen Ampere betrieben werden. Untersucht wurde besonders die Frage, wie weit sich in solchen Entladungen laufende Schichten unterdrücken lassen und in welchem Grad anoden- oder kathodenseitige Störungen eine sonst schichtungsfreie positive Säule beeinflussen können.

1. Einleitung

Kenngrößen eines Plasmas wie Elektronentemperatur und Elektronenkonzentration lassen sich mit einfachen Mitteln nur dann definiert messen und somit mit entsprechenden theoretisch erhaltenen Werten vergleichen, wenn im Plasma keine merklichen Fluktuationen irgendwelcher Art auftreten. Bezüglich der Untersuchungen an Niederdruck-Gleichstrom-Entladungen ist es meist ausreichend, solche Entladungen als schwingungsfrei anzusehen, deren Brennspannungen im Bereich unter 1 MHz zeitlich um nicht mehr als einige Zehntel Volt schwanken. Die Frage, ob Niederdruckentladungen in reinem Argon bei Stromstärken zwischen 0,05 und 5 A in diesem Sinne schwingungsfrei gebrannt werden können, gab die Veranlassung zu den im folgenden dargestellten Versuchen.

Die so allgemein gestellte Frage ist bejahend zu beantworten. Es ist seit langem bekannt, daß Entladungen mit Glühkathode, bei denen Anode und Kathode so dicht beieinander liegen, daß sich keine positive Säule und kein Anodenglimmen herausbildet, im ganzen genannten Strombereich bei nicht zu starker Heizung der Glühkathode schwingungsfrei brennen^{1) 2)}. Wird nun eine solche schwingungsfreie Entladung als Hilfsentladung an der Anode einer normalen Entladung mit positiver Säule betrieben, so bleibt die Brennspannung dieser ebenfalls schwingungsfrei, wenn ihr Entladungsstrom i größer als eine Grenzstromstärke i_G ist³⁾, während man ohne eine solche Hilfsentladung Entladungsschwingungen beobachtet, die offenbar ihren Ursprung an der Anode haben⁴⁾.

¹⁾ M. J. Druyvesteyn, *Physica* **1**, 273 (1934).

²⁾ W. Funk, R. Seeliger, *Z. Physik* **113**, 203 (1939).

³⁾ W. Pupp, *Physik. Z.* **33**, 844 (1932).

⁴⁾ W. Pupp, *Physik. Z.* **34**, 756 (1933).

Diese noch wenig untersuchte und selten angewendete Stabilisierung einer schwingenden Entladung durch eine Hilfsentladung legt nahe zu versuchen, auch andere Schwingungsformen, die in Entladungen von selbst auftreten, durch zusätzliche schwingungsfreie Entladungen zu unterdrücken. Zu solchen Entladungsschwingungen kann man die laufenden Schichten in der positiven Säule der Edelgasentladungen rechnen, die gewöhnlich unterhalb i_G auftreten und bei denen die ganze Säule oszilliert.

Für die laufenden Schichten gibt es zwei Betrachtungsmöglichkeiten. Entweder kann man die positive Säule als ein Medium auffassen, in dem sich elektrische Störungen in Form von Wellen ausbreiten können, wenn sie erst einmal an einem bestimmten Ort, etwa am anodenseitigen oder kathodenseitigen Ende der Säule entstanden sind. In diesem Fall hat man Aussicht, Schwingungsfreiheit zu erzielen, wenn man der Störquelle habhaft werden kann. Die zweite Möglichkeit besteht darin, daß der Zustand mit laufenden Schichten die der Säule der Edelgasentladung eigentümliche Existenzform darstellt, sobald nur die Grenzstromstärke unterschritten wird. In diesem Fall ist eine Beseitigung der Schwingungen prinzipiell nicht möglich.

Die Verwendung von Gefäßen, in denen mehrere Entladungen gleichzeitig gebrannt werden können, bietet die Möglichkeit, die Randbedingungen für die einzelnen Entladungsgebiete weitgehend abzuändern und so die genannte Alternative, welche bis jetzt noch nicht voll entschieden zu sein scheint⁵⁾, einer Klärung näher zu bringen.

2. Versuchsanordnung

Die meisten Versuche wurden an dem auf Abb. 1 dargestellten kreuzförmigen Entladungsgefäß I durchgeführt. Der Rohrdurchmesser betrug 3,15 cm. An jeder der Stellen 1, 2, 3 und 4 befand sich eine hoch belastbare

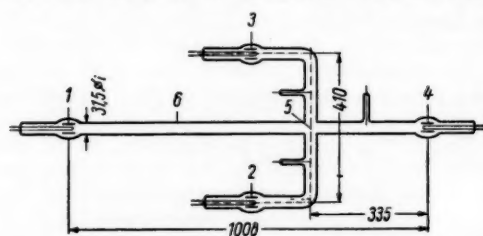


Abb. 1. Entladungsgefäß I, Maße in mm

Oxydglühwendel als Kathode sowie um sie herum ein Zylinder aus dünnem Molybdänblech, der als Anode dienen konnte. Ein zweites Entladungsgefäß, Gefäß II, unterschied sich von dem der Abb. 1 nur darin, daß sich in der Kreuzungsstelle 5 der beiden Rohre eine Nickelscheibe von 2 cm Durchmesser als Elektrode befand, während das Elektrodensystem bei 4 fehlte. Gefäß I wurde nach Füllung mit 1 Torr reinen Argons von der Pumpe abgeschmolzen; in Gefäß II konnten auch Messungen bei anderen Drucken vorgenommen werden.

Die Oxydkathode wurde bei normalem Betrieb mit 4–5 A aus Akkumulatorenbatterien geheizt. Bei Wechselstromheizung der Kathode traten in der Brennspannung zusätzliche Spannungsschwankungen von 50 Hz mit

⁵⁾ G. Francis, Handbuch der Physik **22**, 142ff. (1956).

etwa 1 V Amplitude auf, die auf den variierenden Spannungsabfall an der Glühwendel zurückzuführen sind.

Für die Speisung der Entladungen standen eine Gleichstrombatterie, die bis zu 400 V Gleichspannung lieferte, und ein leistungsfähiger Netzgleichrichter (200 V, 4 A) mit guter Siebung zur Verfügung. Da der Ausgang des letzteren erdungsfrei war, konnten bei Benutzung beider Stromquellen in demselben Gefäß auch zwei sich kreuzende Entladungen gebrannt werden, die im äußeren Stromkreis nicht gekoppelt waren. Die Vorwiderstände für die Entladungen wurden nach Möglichkeit in den Kathodenkreis einer jeden Entladung geschaltet, die Anode wurde also möglichst direkt an den Plus-Pol der jeweiligen Spannungsquelle gelegt, um sowohl die Haupt- als auch die zugehörige Puppsche Hilfsentladung aus der gleichen Spannungsquelle betreiben zu können. Sonst wurden zum Betrieb der Hilfsentladungen zusätzliche Netzgleichrichter verwendet.

Schwingungen in der Brennspannung wurden mittels Elektronen-Zweistrahloszillographen beobachtet. Der Mittelwert der Brennspannung wurde mit einem Drehspulinstrument erhalten. Um bei unregelmäßigen Schwingungsformen die genaue Höhe der Spannungsmaxima und -minima zu erhalten, wurden Spitzenspannungsmessungen mittels Gleichrichter mit angeschlossenem Elektrometer durchgeführt.

Optisch sich in der Säule bemerkbar machende Schwingungen wurden mit Hilfe eines Multipliers in Verbindung mit dem Oszillographen sichtbar gemacht. Mit dieser photoelektrischen Einrichtung ließen sich auch in der üblichen Weise die laufenden Schichten vermessen. Der Modulationsgrad der Lichtemission aus der positiven Säule mit laufenden Schichten konnte durch gleichzeitige Messung des Wechsel- und des Gleichstromanteils im Strom des Multipliers erhalten werden.

Im folgenden bezeichnen wir die verschiedenen Entladungen im Kreuzrohr durch zwei Zahlenindizes, von denen der erste die Lage der Kathode, der zweite die Lage der Anode gemäß Abb. 1 kennzeichnet.

3. Die Puppsche Hilfsentladung

Unter Puppscher Hilfsentladung verstehen wir in unserer Terminologie eine Entladung vom Typ E_{kk} , die an der Anode einer Hauptentladung E_{ik} ($i \neq k$) brennt. Derartige Entladungen wurden zuerst von Pupp³⁾ benutzt, scheinen aber außer in der Arbeit⁴⁾ hinsichtlich ihrer stabilisierenden Wirkung noch nicht genauer untersucht worden zu sein. Deshalb seien hier einige Bemerkungen über sie eingefügt.

Für die stabilisierende Wirkung der Puppschen Hilfsentladung ist wesentlich, daß sie erstens hinreichend viele Ladungsträger zur Verfügung stellen kann und zweitens selbst schwingungsfrei brennt. Die erste Bedingung äußert sich darin, daß die Hilfsentladung mit einer gewissen Mindeststromstärke (bei unseren Versuchen etwa 20–50 mA) gebrannt werden muß, um die Hauptentladung stabilisieren zu können. Für die Schwingungsfreiheit der Hilfsentladung erweist sich bei gelöschter Hauptentladung die Emissionsfähigkeit der Kathode als der wesentlich bestimmende Parameter.

Wir betrachten zunächst den Fall der gelöschten Hauptentladung. Bei kleinen Heizstromstärken, bei denen die Glühkathode nur schwache Rot-

glut erreicht, brennt die Hilfsentladung im ganzen untersuchten Strombereich zwischen 0,03 und 3 A schwingungsfrei; ihre Brennspannung liegt dabei für nicht zu hohe Stromstärken etwas über der Ionisierungsspannung für Argon (Abb. 2, Kurve I). Wird die Glühwendel auf helle Rotglut aufgeheizt, treten in einem sehr weiten Bereich des Stroms niederfrequente Schwingungen in der Brennspannung auf (Abb. 2, Kurve II). Die Grundfrequenz der Schwingungen steigt mit dem Strom an (im Beispiel von 4 auf 20 kHz). Die Schwingungen sind stark oberwellenhaltig und haben die Form von Gir-

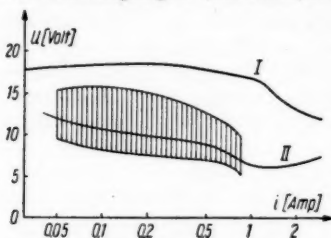


Abb. 2. Charakteristiken der Puppen-Hilfsentladung ohne Hauptentladung. Kurve I: Heizstromstärke 4 A; Kurve II: Heizstromstärke 5 A. Das schraffierte Gebiet kennzeichnet den Bereich und die Höhe der Spannungsschwankungen. $p = 1$ Torr Argon

demnach einen typischen Niedervoltbogen von der Form dar, wie er eingehend experimentell von Funk und Seeliger²⁾ untersucht worden ist.

Gelegentlich lassen sich bei schlecht formierten Oxydkathoden noch Schwingungen eines anderen Typs beobachten. Sie unterscheiden sich von den eben beschriebenen dadurch, daß sie erstens mit wesentlich höheren Frequenzen auftreten (zwischen 10^5 und 10^6 Hz), 2. sinusförmig und streng periodisch sind (Amplitude etwa 2–3 V), 3. sich durch Leuchterscheinungen an der Kathode schon rein optisch bemerkbar machen. Der Bogen setzt in diesem Fall fast punktförmig auf der Glühwendel an, wobei in Nähe des Kathodenflecks das Gas stark angeregt wird. Bei den oben beschriebenen Schwingungen des Niedervoltbogens ist dagegen kaum eine Lichtemission an der Kathode zu beobachten.

Wesentlich für die vorliegenden Untersuchungen ist, daß sich alle diese Schwingungen durch gute Formierung der Oxydkathode und durch geeignete Wahl des Heizstromes und des Hilfsentladungsstromes vermeiden lassen.

Wird nun zu einer schwingungsfrei brennenden Hilfsentladung E_{kk} noch eine Hauptentladung E_{ik} dazu geschaltet, so kann man in der Brennspannung U_{ik} Schwingungen beobachten, deren Schwingungshöhe ΔU (Abstand zwischen Spannungsmaximum und -minimum) in Abhängigkeit von der Hauptstromstärke $i = i_{ik}$ in Abb. 3 durch Kurve I dargestellt ist. Oberhalb der Grenzstromstärke i_G werden dann keine Schwingungen mehr beobachtet. Beobachtungen mittels photoelektrischer Einrichtungen zeigen, daß unterhalb i_G laufende Schichten vorhanden sind, die also auch für die Schwingungen der Brennspannung verantwortlich zu machen sind. Gleichzeitig

landen, was sich in Abb. 2 dadurch bemerkbar macht, daß der vom Gleichstrominstrument angezeigte effektive Wert der Brennspannung nicht in der Mitte zwischen den Spannungsmaxima und -minima liegt. Die Grenzen der Schwingungsbereiche sind meist schlecht reproduzierbar. Sie hängen auch von der Richtung der Stromvariation ab und ändern sich etwas im Laufe längerer Zeiten, offenbar parallel mit der Emissionsfähigkeit der Kathode. Für sehr hohe Entladungsstromstärken kann man jedoch immer trotz niedriger Brennspannung Schwingungsfreiheit erzielen, wobei gleichzeitig die Brennspannung unter 10 V bleibt. Die beschriebene Hilfsentladung stellt

Radem

werden
als erz
ganz
regelm
schlech
plitud
dische
beim
Strom
sich d
natürl
sind.
schwir
freque
die gl
auch
deren
Schwi
Grund
möglich
graph

Da
entlad
gefaß
in der
triebe
dadur
 E_{23} au
umhü
Säule
daß i_2
 E_{23} au
von E
kann
Schwi

De
und a
allgem
ein po
sich z
ist. I
darauf
möglich
ladung
dieser

6)
math.
7)
(J. tech

werden in diesem Fall auch in U_{kk} Schwingungen beobachtet, die man nun als erzwungene Schwingungen zu deuten hat. Löscht man die Hilfsentladung ganz, beobachtet man etwa den durch Kurve II der Abb. 3 dargestellten unregelmäßigen Verlauf der Brennsprungsschwankungen, der allerdings schlecht reproduzierbar ist. Für Stromstärken i_{ik} größer als i_G bleiben Amplitude und Frequenz konstant. Diese anodischen Störschwingungen sind offenbar beim Fehlen der Hilfsentladung auch für Ströme $i_{ik} < i_G$ vorhanden und überlagern sich denjenigen Schwingungen, die mit den natürlichen laufenden Schichten verknüpft sind. Im allgemeinen nehmen die Schichtschwingungen die anodischen Schwingungen frequenzmäßig mit, d. h. man beobachtet die gleiche Grundfrequenz sowohl mit als auch ohne Hilfsentladung. In gewissen anderen Strombereichen stören sich beide Schwingungsarten gegenseitig, und es ist auf Grund ihres Zusammenwirkens nicht mehr möglich, ein stehendes Bild auf dem Oszillographenschirm zu erhalten.

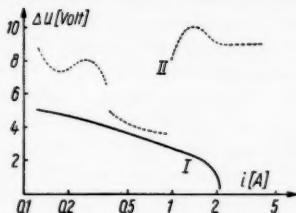


Abb. 3. Brennsprungsschwankungen $\Delta U = U_{\max} - U_{\min}$ einer Hauptentladung in Abhängigkeit von der Entladungsstromstärke; I mit Puppscher Hilfsentladung, II ohne Puppsche Hilfsentladung. $p = 1$ Torr Argon

Daß die von uns gewöhnlich benutzte Elektrodenanordnung für die Hilfsentladung nicht die einzig wirksame ist, zeigen die Versuche am Entladungsgefäß II, bei denen die Entladung E_{15} , für die also eine bloße Nickelscheibe in der Kreuzungsstelle als Anode diente, oberhalb der Grenzstromstärke betrieben wurde. Die anodischen Schwingungen in U_{15} konnten in diesem Fall dadurch beseitigt werden, daß gleichzeitig eine stromstarke Querentladung E_{23} aufrechterhalten wurde, deren positive Säule die Anode von E_{15} ganz umhüllte. Voraussetzung für die Stabilisierung war nur, daß in der positiven Säule von E_{23} keine Schwingungen vorhanden waren, d. h. unter anderem, daß $i_{23} > i_G$ war. Für $i_{23} < i_G$ traten jedoch mit den laufenden Schichten in E_{23} auch in E_{15} Brennsprungsschwankungen mit der Schwingungsfrequenz von E_{23} auf. Diese Anordnung zweier sich derart kreuzender Entladungen kann also als ein rein elektrisches Nachweismittel für die Existenz örtlicher Schwingungen in der Querentladung dienen.

Deutungen der Schwingungsprozesse an der Anode sind schon von Pupp⁴⁾ und anderen (s. z. B.^{6) 7)}) gegeben worden. Sie laufen darauf hinaus, daß im allgemeinen zur Erfüllung der Ionenbilanz am anodenseitigen Ende der Säule ein positiver Anodenfall notwendig ist und dieser auf Grund seiner Tendenz, sich zu einem hochionisierten, örtlich begrenzten Plasma auszuweiten, instabil ist. Die stabilisierende Wirkung der Hilfsentladung beruht in diesem Fall darauf, daß die Hilfsentladung die Existenz eines negativen Anodenfalls ermöglicht, d. h. daß der Ionenbedarf der positiven Säule durch die Hilfsentladung gedeckt werden kann. Unsere Experimente stehen in Einklang mit dieser Auffassung.

⁴⁾ A. A. Saizew, J. L. Klimontowitsch, Вестн МГУ (Mitt. Mosk. Staatl. Univ.), math. phys. Serie Nr. 12, 59 (1951).

⁷⁾ B. N. Klarfeld, A. A. Timofejew, N. A. Neretina, L. G. Gussewa, ЖТФ (J. techn. Physik) 25, 1581 (1955).

4. Schichtungsbereiche gekoppelter Hauptentladungen

Die im folgenden beschriebenen Versuche wurden, wenn nicht anders vermerkt, bei regulär brennenden Hilfsentladungen durchgeführt. Im Hinblick auf das Schichtungsverhalten der positiven Säule läßt sich das Ergebnis dieser Untersuchungen folgendermaßen zusammenfassen: Der Schichtungszustand eines längeren Abschnitts der positiven Säule ist im wesentlichen durch die Gesamtstromstärke in diesem Säulenabschnitt bestimmt. Ist also die Gesamtstromstärke kleiner als i_G , treten in dem zugehörigen Säulenabschnitt immer laufende Schichten auf; ist sie um einen gewissen Betrag größer als die Grenzstromstärke, werden keine Schwingungen in dem betreffenden Säulenabschnitt beobachtet, und zwar unabhängig von den Verhältnissen an dem anoden- und dem kathodenseitigen Ende der Säule.

Diese Aussagen sind im folgenden Sinne einzuschränken:

a) Jede sich in der Brennspannung einer Entladung bemerkbar machende Schwingung verursacht eine im gesamten Entladungskreis wirksam werdende Strommodulation, die um so kleiner ist, je größer der äußere Vorwiderstand der Entladung, also je höher die Batteriespannung ist. Derartige Stromschwankungen machen sich naturgemäß auch als Schwankungen der Lichtintensität der positiven Säule bemerkbar.

Diese photoelektrisch nachzuweisenden Intensitätsschwankungen haben jedoch an jeder Stelle der positiven Säule die gleiche Phasenlage bezüglich der Brennspannungsschwingungen und können daher leicht von den laufenden Schichten unterschieden werden.

b) Die Grenzstromstärke ist empfindlich vom Gasdruck abhängig, d. h. von der Neutralgasdichte in der Entladung, wie Abb. 4 für verschiedene Rohrdurchmesser zeigt. Die Neutralgasdichte im Kreuzrohr kann sich abschnittsweise dadurch etwas ändern, daß die einzelnen Rohrteile verschieden stark er-

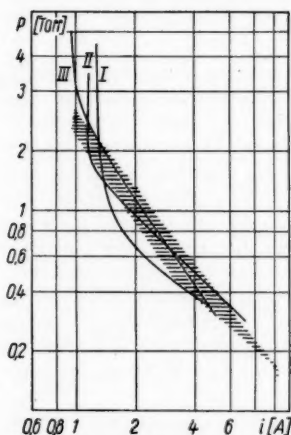


Abb. 4. Grenzstromstärke i_0 für Argon in Abhängigkeit vom Druck für verschiedene Rohrdurchmesser. I: $d = 14$ cm; II: $d = 7,4$ cm; III: $d = 3,15$ cm (Kreuzrohr). Der schraffierte Bereich wurde von Pupp⁸⁾ für Rohrdurchmesser zwischen 1,5 und 5,5 cm angegeben

Tabelle 1

i_{23} $i_{41,0}$	0	2	5	A
	2,0	1,9	1,85	A

wärmt werden. Brennt z. B. nur die Entladung E_{41} , so ändert schon das Ausschalten der nicht benötigten Glühwendeln die Grenzstromstärke $i_{41,0}$ um einige Prozent, und zwar so, daß bei kalten Glühwendeln $i_{41,0}$ größer ist als bei geheizten Glühwendeln, wie es auch nach Abb. 4 sein muß, da

sich der Druck der Entladungsbahn bei Kühlung der sonst heißen Elektrodengebiete verringert. Der entsprechende Einfluß einer Querentladung E_m auf die Grenzstromstärke für E_{41} ist in Tab. 1 dargestellt. Dieser Effekt ist so ausgeprägt, daß er für Druckbestimmungen im Niederdruckbereich nutzbar gemacht werden könnte.

c) Unmittelbar oberhalb der Grenzstromstärke ist unter gewissen Bedingungen auch noch eine schwache Anregung laufender Schichten mit ortsabhängiger Amplitude zu beobachten. Die dabei auftretenden Schichtamplituden sind jedoch gewöhnlich sehr viel kleiner als die mit den natürlichen Schichten verknüpften Amplituden, so daß sie in erster Näherung unberücksichtigt bleiben können. Die genauere Untersuchung dieses Effektes soll der Gegenstand einer folgenden Arbeit sein.

Zur Bestätigung der eingangs aufgestellten Behauptung mit den unter a), b) und c) genannten Einschränkungen können folgende Versuche herangezogen werden:

Zu einer schwingungsfrei brennenden Entladung E_{23} (d. h. $i_{23} > i_G$) kann eine zusätzliche Entladung E_{21} bzw. E_{13} zugeschaltet werden, welche mit E_{23} die Kathode bzw. die Anode gemeinsam hat. Für das Säulenstück zwischen 5 und 1 bildet dann E_{23} selbst die Kathode bzw. die Anode. In diesem Fall beobachtet man im Abschnitt zwischen 5 und 1 immer laufende Schichten, wenn die dortige Stromstärke kleiner als i_G ist. E_{23} bleibt dagegen im wesentlichen schwingungsfrei. Die entsprechende Erscheinung beobachtet man immer, wenn man von zwei Hauptentladungen mit einer gemeinsamen Elektrode die eine stromschwach, die andere stromstark betreibt, unabhängig davon, wie im einzelnen die Entladungsbahnen verlaufen. Eine Ausnahme von dieser Gesetzmäßigkeit tritt nur dann ein, wenn das stromschwach betriebene Säulenstück verhältnismäßig kurz ist. So konnte bei stromstarker Entladung E_{23} und stromschwacher Entladung E_{43} in dem Abschnitt zwischen 4 und 5 schon ab $i_{43} = 1,75$ A Schwingungsfreiheit erzielt werden.

Daß man in einer stromschwachen positiven Säule der Argonentladung die laufenden Schichten nicht durch Abänderungen direkt an der Anode zum Verschwinden bringen kann, wird schon an dem im Abschnitt 3 beschriebenen Versuch am Entladungsgefäß II deutlich: Eine Hauptentladung E_{15} mit $i_{15} < i_G$ ist auch bei beliebigen Stromstärken i_{23} der Querentladung nicht schwingungsfrei zu bekommen.

Ähnlich wirkungslos ist der direkte Einfluß einer Zusatzentladung auf die Kathode. Wählt man nämlich im Gefäß II die in der positiven Säule der Entladung E_{23} befindliche Nickelscheibe bei 5 als kalte Kathode der Entladung E_{51} , kann man mit steigendem Strom nur eine Absenkung des Kathodenfalls bei 5 beobachten⁸⁾, die laufenden Schichten in E_{51} selbst bleiben. Im Gegenteil, wenn gleichzeitig in E_{23} laufende Schichten auftreten, können in U_{51} zusätzliche Schwankungen der Brennspannung bis zu 40 V beobachtet werden, die man offenbar als erzwungene Kathodenfallschwingungen anzusehen hat, welche sich den natürlichen Schichtschwingungen überlagern.

Auch in dem Fall, in dem sich zwei positive Säulen kreuzen, ist es nicht möglich, eine Säule mit laufenden Schichten durch eine stromstarke Querentladung zu stabilisieren.

Umgekehrt erweist sich eine positive Säule mit einem Strom größer als i_G als außerordentlich stabil gegenüber Störungen vom anodenseitigen Ende der Säule her. Schon Pupp⁴⁾ zeigte für diesen Fall durch Sondenmessungen, daß oberhalb der Grenzstromstärke die anodischen Störschwingungen bei fehlender Hilfsentladung sich nur innerhalb eines gewissen Abstands von der

⁸⁾ K. Rademacher, K. Wojaczek, Naturwiss. 43, 78 (1956).

Anode bemerkbar machen, welcher mit dem Rohrdurchmesser vergleichbar ist. Diese Messungen konnten von uns sowohl auf photoelektrischem Wege als auch durch rein elektrische Schwingungsmessungen bestätigt werden. Betreibt man nämlich im Gefäß II beide Entladungen E_{15} und E_{33} mit Stromstärken größer als i_G , so bleibt U_{15} auch dann schwingungsfrei, wenn die Hilfsentladung E_{33} gelöscht wird. Dies bedeutet nach den Bemerkungen im Abschnitt 3, daß die positive Säule von E_{33} trotz der starken Schwankungen an der Anode im wesentlichen schwingungsfrei bleibt.

Noch überzeugender tritt die Einflußlosigkeit anodischer Störungen auf ein stromstarkes Säulenplasma zutage, wenn man gleichzeitig die beiden Entladungen E_{12} und E_{13} betreibt, die die Kathode bei 1 und die daran

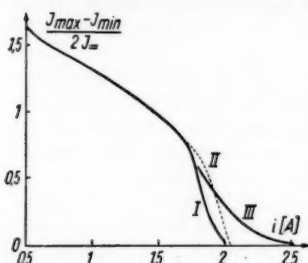


Abb. 5. Modulationsgrad $(J_{\max} - J_{\min})/2J_0$ der an der Stelle 6 (Abb. 1) beobachteten Lichtintensität in Abhängigkeit von der Stromstärke i . $p = 1$ Torr. I: Es brennen E_{12} und E_{13} (gemeinsame Kathode) mit $i_{12} \approx i_{13}$, $i = i_{12} + i_{13}$. Die gleiche Kurve wurde für E_{14} , $i = i_{14}$, erhalten. II: Dasselbe für E_{41} , $i = i_{41}$. III: Es brennen E_{21} und E_{31} (gemeinsame Anode) mit $i_{12} \approx i_{13}$, $i = i_{21} + i_{31}$.

anodenseitige Einfluß gering ist, ersieht man daraus, daß durch dieselbe Kurve I auch der Modulationsgrad wiedergegeben wird, den man an der Stelle 6 beobachtet, wenn man an Stelle der beiden Entladungen E_{12} und E_{13} nur die Entladung E_{14} mit $i_{14} = i$ betreibt. Zum Vergleich ist in Abb. 5 noch der an der gleichen Stelle beobachtete Modulationsgrad für die Entladung E_{41} eingetragen (Kurve II). Daß dieser hier unterhalb i_G etwas größer ausfällt als bei der umgekehrten Stromrichtung dürfte daran liegen, daß in diesem Bereich die beobachteten Intensitätsschwankungen etwas vom Abstand von der Kathode abhängen. Bemerkenswert ist jedoch, daß die Lichtintensitätsschwingungen bei all diesen Versuchen etwas unterhalb der Grenzstromstärke sinusförmig sind, auch wenn in den stromschwachen Entladungen in den Armen des Kreuzes stark von der Sinusform abweichende Schwingungen beobachtet werden.

⁹⁾ Erscheinungen an den laufenden Schichten in den Armen eines T-förmigen Entladungsgefäßes wurden bei schwacher Stromstärke auch von V. D. Farris, J. electronics 1, 60 (1955), beschrieben.

anschließende positive Säule gemeinsam haben⁹⁾. Kurve I der Abb. 5 stellt den an der Stelle 6 (Abb. 1) beobachteten Modulationsgrad des von der Säule emittierten Lichts in Abhängigkeit vom Gesamtstrom $i = i_{12} + i_{13}$ dar. Beide Entladungen wurden dabei mit annähernd gleicher Stromstärke betrieben, um in beiden Entladungen die gleiche Schichtfrequenz zu erhalten; andernfalls läßt sich für $i < i_G$ wegen des Auftretens starker und regelmäßiger Schwebungen der Entladungsparameter nur schwer ein Modulationsgrad bestimmen. In jedem Fall beobachtet man in dem beiden Entladungen gemeinsamen Säulenabschnitt für $i > i_G$ praktisch keine Lichtintensitätsschwingungen mehr, obwohl doch in die Kreuzungsstelle von zwei Seiten gleichzeitig laufende Schichten einwandern, denen im Grenzfall etwa der einem Strom von 1 A entsprechende hohe Modulationsgrad zukommt. Daß auch für $i < i_G$ der

Ähnliche Effekte lassen sich bei Störungen am kathodenseitigen Ende eines Säulenabschnitts höherer Stromstärke beobachten. Die Kurve III der Abb. 5 zeigt den an der Stelle 6 beobachteten Modulationsgrad in Abhängigkeit vom Gesamtstrom $i = i_{21} + i_{31}$ für den Fall, daß die Entladungen E_{21} und E_{31} mit etwa gleicher Stromstärke brennen. Für $i > 2,4$ A bleibt der gemeinsame Säulenabschnitt praktisch schwingungsfrei, obwohl von der Kreuzungsstelle aus Schichten hohen Modulationsgrades fortlaufen, solange nicht beide Entladungsstromstärken i_{21} und i_{31} größer als i_G sind. Auffällig ist hier jedoch der breite Übergangsbereich zwischen schwingungsfreier und geschichteter Säule, der darauf hinweist, daß sich Störungen an der Kathodenseite einer Säule wesentlich leichter in das Plasma hinein ausbreiten als anodische Störungen. Dies steht in Einklang mit den Versuchsergebnissen an stromschwachen Neon-Glimmentladungen von Pekárek¹⁰⁾. Die sogenannten negativen Schichten¹¹⁾ konnten allerdings bei unseren Versuchen nicht beobachtet werden.

Der negative Ausfall der Versuche zur Beseitigung laufender Schichten legt nahe, bei Stromstärken kleiner als i_G den Zustand der positiven Säule mit laufenden Schichten als die der langen Argonsäule eigentümliche Existenzform anzusehen. Einen Zugang zu einem besseren Verständnis des Schichtungsphänomens bietet dabei möglicherweise die Betrachtung der Ökonomie der positiven Säule. Die Kurven, die den Längsgradienten der Argonentladung in weitem Rohr in Abhängigkeit von der Stromstärke darstellen¹²⁾, zeigen einen Knick gerade an der durch die Grenzstromstärke bestimmten Stelle, wie ein Vergleich der dortigen Abb. 2 mit der Abb. 4 der vorliegenden Arbeit zeigt. Die Gradientenkurven verlaufen dabei so, daß der mittlere Gradient in der geschichteten Säule kleiner ist als der, den man für den gleichen Strom aus einer Extrapolation des Gradienten vom schwingungsfreien Bereich her erhalten würde. Das Umgekehrte gilt für die ungeschichtete positive Säule. Nach dem Steenbeckschen Minimumprinzip wird aber gerade unter sonst gleichen Bedingungen der Entladungszustand mit dem kleinsten Spannungsbedarf realisiert. Ein ähnlicher Effekt wurde von Pekárek und Štirand¹³⁾ an stromschwachen Neon-Entladungen gefunden und in gleicher Weise interpretiert.

5. Grenzeffekte zwischen geschichteter und ungeschichteter Säule

Nach Feststellung der wesentlichen Bedeutung des Säulenstroms für die Stabilität der Säule bleibt die Frage offen, wie sich im einzelnen räumlich der dieser Stromstärke entsprechende Zustand einstellt.

An Niederdruckentladungen in Edelgasen lassen sich gewöhnlich unabhängig von dem Vorhandensein laufender Schichten zwischen der Kathode und der voll ausgebildeten positiven Säule gewisse räumlich abklingende stehende Schichten beobachten¹⁴⁾. Ähnliche Effekte wurden als allgemeine Erscheinungen anodenseitig hinter Störungen der positiven Säule von Pupp⁴⁾

¹⁰⁾ L. Pekárek, Czechosl. Journ. Phys. 4, 221 (1954).

¹¹⁾ T. Donahue, G. H. Dieke, Physic. Rev. 81, 248 (1951).

¹²⁾ K. Rademacher, K. Wojaczek, Ann. Physik 17, 293 (1956).

¹³⁾ L. Pekárek, O. Štirand, Čs. Čas. Fys. 6, 277 (1956).

¹⁴⁾ N. A. Karelina, B. N. Klarfeld, ЖТФ (J. techn. Physik) 18, 1235 (1948).

und besonders von Klarfeld¹⁵⁾ beschrieben. Entsprechende Erscheinungen treten bei unseren Versuchen auf, wenn eine positive Säule ein anderes Plasma zur Kathode hat oder sich zwei positive Säulen kreuzen. Abb. 6 zeigt für den letztgenannten Fall den Gang der photoelektrisch gemessenen Gleichlichtintensität J_- aus der Entladung E_{41} in der Umgebung der Kreuzungsstelle bei variierender Querstromstärke i_{23} . Die stehenden Schichten sind um so ausgeprägter, je größer i_{23} ist. Die Schichten klingen dabei in Richtung auf die Anode bedeutend langsamer ab als in Richtung auf die Kathode.

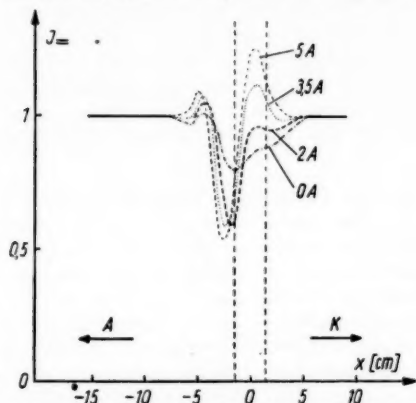


Abb. 6. Relative Gleichlichtintensität J_- mit $i_{41} = 2,1$ A in Abhängigkeit von der Entfernung x von der Kreuzungsstelle. Parameter ist die Stromstärke i_{23} der Querentladung E_{23} . Die punktierten senkrechten Linien kennzeichnen die Lage des Querrohres. Links ist die Anode, rechts die Kathode. J_- wurde in weiter Entfernung von der Kreuzung willkürlich = 1 gesetzt

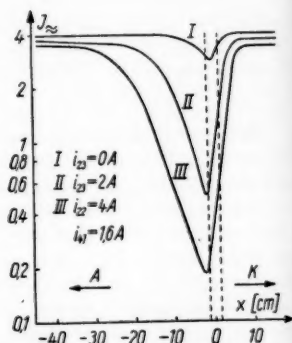


Abb. 7. Schichtamplituden $J_~$ in der Entladung E_{41} mit $i_{41} = 1,6$ A in Abhängigkeit von der Entfernung x von der Kreuzungsstelle für verschiedene Stromstärken i_{23} der Querentladung E_{23} . Die punktierten senkrechten Linien kennzeichnen die Lage des Querrohres

Wird die Entladung E_{41} unterhalb der Grenzstromstärke betrieben, zeigen die relativen Amplituden $J_~$ der laufenden Schichten in der Umgebung der Kreuzungsstelle das in Abb. 7 dargestellte Verhalten. Auch hier klingt die Störung durch die Querentladung kathodenseitig sehr rasch ab, während die Schichten anodenseitig schon über eine Strecke von mehreren Schichtlängen auf die Störung reagieren, auf die sie zuwandern. Dabei zeigen sie in der Umgebung der Störstelle einen exponentiellen Gang, welcher um so steiler verläuft, je niedriger die Stromstärke i_{41} ist. So sinken die Schichtamplituden in dem dargestellten Beispiel für $i_{41} = 1,6$ A auf einer Strecke von $d = 6,5$ cm um den Faktor $1/e$ ab, während für $i_{41} = 1,2$ A $d = 3,2$ cm beträgt. Bei den kleinen Amplituden in Nähe der Störstelle sind die beobachteten Schichtschwingungen sinusförmig.

Alle diese Versuche zeigen, daß bei der Einstellung des Endzustandes der positiven Säule das jeweils kathodische Ende der Säule eine maßgebliche Rolle spielt.

¹⁵⁾ B. N. Klarfeld, ЖЭТФ (J. exp. theoret. Physik) **22**, 66 (1952).

6. Zusammenfassung

Die vorliegenden Untersuchungen zeigen, daß der Schichtungszustand eines langen Stücks einer positiven Gleichstromsäule in Argon im wesentlichen durch den Gesamtstrom bestimmt ist, der in diesem Entladungsabschnitt fließt. Beim räumlichen Übergang von einem schwingenden zu einem nicht-schwingenden Plasma spielt jeweils die Kathodenseite des betreffenden Säulenabschnitts die tragende, die Anodenseite eine untergeordnete Rolle. Etwas oberhalb der Grenzstromstärke können von der Kathodenseite her Schwingungen in die anschließende positive Säule eingekoppelt werden. Dieser Effekt soll in einer folgenden Arbeit näher untersucht werden.

Wir danken Herrn H. Brunzlow für seine ausgezeichnete Arbeit bei der Herstellung der komplizierten glastechnischen Apparaturen.

Berlin, Deutsche Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Institut für Strahlungsquellen.

Bei der Redaktion eingegangen am 1. Februar 1958.

Über künstlich erzeugte laufende Schichten in der Argon-Niederdruckentladung

Von Karl Wojaczek

Mit 8 Abbildungen

Inhaltsübersicht

Oberhalb der Puppschen Grenzstromstärke i_G können durch periodische äußere Störungen passender Frequenz künstlich stationäre laufende Schichten in der positiven Säule der Edelgas-Niederdruckentladung angeregt werden. Die Schichten laufen aus der Anodenrichtung kommend bis zur Erregungsstelle der Störung. Die Schichtamplituden zeigen dabei je nach Strom und Frequenz einen exponentiellen Anstieg oder Abfall. Dieses Verhalten wurde eingehender für Argon bei 1 Torr untersucht; es wurde die Dispersion und die Amplifikation der künstlichen laufenden Schichten in Abhängigkeit von der Frequenz gemessen. Die sich aus der Dispersion bei der natürlichen Schichtungsfrequenz ergebende Gruppengeschwindigkeit stimmt überein mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Pekárekschen Schichtungswelle. Hieraus ergibt sich unter Benutzung einer von Pekárek abgeleiteten Beziehung, daß die natürliche Schichtungsfrequenz in gewissen Bereichen der Entladungsparameter ein Viertel der Stoßfrequenz des Elektrons für ionisierende Stöße beträgt. Die Amplifikation zeigt in Nähe der natürlichen Schichtungsfrequenz ein Maximum, das um so größer wird, je näher man der Grenzstromstärke kommt, bis die Amplifikation schließlich bei i_G so groß wird, daß Selbsterregung einsetzt.

1. Bisher vorliegende Arbeiten

Über künstlich erzeugte laufende Schichten in Edelgas-Entladungen liegen erst sehr wenige Untersuchungen vor. Dies dürfte seinen Grund in der Tatsache haben, daß in der Edelgas-Niederdrucksäule in dem üblicherweise untersuchten Strombereich unter 0,5 A fast immer natürliche laufende Schichten vorhanden sind. Unter diesen Bedingungen ruft eine niederfrequente periodische Störung von außen, die etwa in Form einer Modulation des Entladungsstroms verwirklicht werden kann, vornehmlich quasistationäre Schichten und andere zusätzliche Effekte^{1) 2) 3)} hervor, welche das äußere

¹⁾ A. A. Saizew, Бетн. МГУ (Mitt. Mosk. Staatl. Univ.) physik.-math. Ser. Nr. 10, 41 (1951).

²⁾ A. A. Saizew, ДАН (Ber. Akad. Wissensch. UdSSR) 79, 779 (1951); 84, 41 (1952).

³⁾ A. B. Stewart, J. opt. Soc. Amer. 45, 651 (1955)

Erscheinungsbild nur komplizieren, ohne einen tieferen Einblick in den Mechanismus der laufenden Schichten selbst zu gewähren.

Fruchtbarer erscheinen Untersuchungen in Parameterbereichen, in denen die Entladung von Natur aus frei von laufenden Schichten brennt. Saizew¹⁾ entdeckte, daß die positive Säule der Neonentladung bei Strömen um einige mA herum in einem bestimmten Druckbereich keine laufenden Schichten aufweist. In diesem Parameterbereich konnte Saizew mit Hilfe eines Tonfrequenzgenerators in einem gewissen Frequenzintervall künstlich laufende Schichten erzeugen und deren Dispersion messen. In dem von ihm publizierten Fall¹⁾ ($p = 2,6$ Torr Ne, $i = 2,5$ mA und 3,5 cm Rohrdurchmesser) ergab sich eine annähernd lineare Abhängigkeit der Wanderungsgeschwindigkeit v der Schichten von der Störfrequenz. Eingehendere quantitative Messungen an diesen künstlich erzeugten laufenden Schichten wurden jedoch nicht bekannt. Qualitativ ergab sich aus seinen Untersuchungen auch in der verfeinerten Form⁴⁾ ein recht verwickeltes Bild, insofern, als manchmal gleichzeitig neben den „anodischen“ Schichten auch sogenannte „kathodische“ (negative) Schichten⁵⁾ sowie quasistationäre Schichten auftraten, die sich auch in der Form ihres räumlichen Abklings unterschieden.

Unter den gleichen Entladungsbedingungen konnte Pekárek⁶⁾ in der schichtungsfreien positiven Neonsäule durch äußere elektrische Kurzzeitimpulse von sehr niedriger Wiederholungsfrequenz sogenannte Schichtungswellen anregen. Das Maximum jeder Schichtungswelle wandert mit einer konstanten Geschwindigkeit u unter weitgehender Wandlung des Schwingungsbildes von der Kathode zur Anode. Jede Schichtungswelle besteht aus einzelnen Schichten, welche wie die natürlichen positiven Schichten mit der Geschwindigkeit v gegen die Kathode laufen. Manchmal treten gleichzeitig zwei Schichtungswellen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten auf. Die Formänderungen der Schichtungswelle während ihres Durchlaufens der Entladungsstrecke konnte Pekárek sehr gut durch eine phänomenologische Theorie beschreiben⁷⁾, in die nur gewisse Zeitkonstanten, die Schichtweite s und die Geschwindigkeiten u und v eingehen. Die Zusammenhänge zwischen den Zeitkonstanten, s , u und v und den jeweils vorliegenden Entladungsparametern konnten dabei nicht geklärt werden.

2. Versuchsanordnung und Meßbereich

Die eigenen Experimente wurden in Argon bei Stromstärken oberhalb der von Pupp⁸⁾ gefundenen Grenzstromstärke i_0 für den Existenzbereich laufender Schichten durchgeführt. Die Hauptversuche wurden in dem auf Abb. 1 der Arbeit⁹⁾ dargestellten kreuzförmigen Entladungsgefäß angestellt, das bei

¹⁾ A. A. Saizew, L. Pekárek, Бест. МГУ (Mitt. Mosk. Staatl. Univ.), physik.-math. Ser. Nr. 3, 69 (1954)

²⁾ T. Donahue, G. H. Dieke, Physic. Rev. 81, 248 (1951).

³⁾ L. Pekárek, Бест. МГУ (Mitt. Mosk. Staatl. Univ.) physik.-math. Ser. Nr. 3, 73 (1954); Czechosl. Journ. Phys. 4, 221 (1954).

⁴⁾ L. Pekárek, Czechosl. Journ. Phys. 7, 533 (1957); Probleme des Plasmas in Physik und Astronomie, Berlin 1958.

⁵⁾ W. Pupp, Physik. Z. 33, 844 (1932).

⁶⁾ K. Rademacher, K. Wojacek, Ann. Physik (7) 2, 57 (1958).

ungeheizten Glühwendeln mit reinem Argon von 1 Torr gefüllt und von der Pumpe abgeschmolzen war. (Rohrdurchmesser 3,15 cm.) In diesem Rohr konnten gleichzeitig zwei Hauptentladungen mit sich kreuzenden Säulen betrieben werden, wobei in diesem Fall die Grenzstromstärke $i_G = 1,9$ A betrug. Etwaige in der Querentladung vorhandene Schwingungen können mit einer solchen Anordnung leicht in die positive Säule der Längsentladung eingekoppelt werden, ohne daß in dieser nennenswerte Stromschwankungen auftreten. Der Deutlichkeit halber bezeichnen wir wie in der Arbeit⁹⁾ die Entladungen im Kreuzrohr durch zwei Indizes, von denen der erste gemäß Abb. 1⁹⁾ den Ort der Kathode, der zweite den Ort der Anode kennzeichnen soll. Neben dem Kreuzrohr wurden auch gestreckte Entladungsrohre von 3,1 cm Durchmesser und etwa 1 m Länge mit und ohne eingeschmolzene Sonden verwendet. In allen Fällen wurden anodische Störschwingungen mittels Puppscher Hilfsentladung an der Anode unterdrückt¹⁰⁾.

Für die Impulsanregung wurde ein kommerzieller Impulsgenerator mit einer Leistung von maximal 10 kW bei 5 kV verwendet. Die Impulsdauer betrug maximal 10 μ sec.

Die laufenden Schichten wurden in der üblichen Weise mittels Sekundärelektronenvervielfachers in Verbindung mit einem Verstärker und einem Oszillographen ausgemessen.

3. Die Erzeugung künstlicher laufender Schichten

Die Untersuchungen gingen zunächst von der Frage aus, ob durch anodische Störschwingungen oberhalb der Grenzstromstärke in der positiven Säule laufende Schichten erzeugt werden können. Da die Frequenz der anodischen Störschwingungen bei gelöschter Hilfsentladung oder bei Überheizung der Hilfsglühkathode wenig stabil ist, wurden künstliche Schwingungen an der Anode dadurch erzeugt, daß der Strom der sonst normal brennenden Hilfsentladung mit Hilfe eines Tonfrequenzgenerators moduliert wurde. Tatsächlich konnten mit einer derartigen Anordnung in einem gewissen Frequenzbereich in Nähe der natürlichen Schichtungsfrequenz ν_0 laufende Schichten in der positiven Säule erzeugt werden, die von der Anode zur Kathode wanderten, wobei ihre Amplituden annähernd exponentiell abnahmen. Dies sprach zunächst dafür, daß sich die anodischen Störschwingungen unmittelbar als positive Schichten in die angrenzende positive Säule hinein ausbreiten.

Eine nähere Untersuchung ergab jedoch, daß die Schichtamplituden bei gleichem Modulationsgrad des Hilfsentladungsstroms für die verschiedenen Frequenzen durchaus nicht in Anodennähe gleiche Höhe zeigten, wie man es auf Grund obiger Vorstellung erwarten sollte. Die Schichtamplituden waren vielmehr in Anodennähe für die Resonanzfrequenz ν_0 am größten, obwohl gerade für diese Frequenz der größte Abklingfaktor beobachtet wurde; etwa gleiche Schichtamplituden für die verschiedenen Frequenzen zeigten sich dagegen am kathodenseitigen Ende der Säule. Daraus ist zu schließen, daß nicht die Anode die unmittelbare Quelle für die künstlichen laufenden Schichten darstellt, sondern daß die laufenden Schichten, obwohl sie in Richtung

¹⁰⁾ W. Pupp, Physik. Z. **34**, 796 (1933).

auf die Kathode wandern, am kathodenseitigen Ende der Säule hervorgerufen werden.

Für die Erregung der empfindlichen kathodennahen Stelle sind bei der beschriebenen Einkoppelung der Störung die durch die anodischen Schwingungen verursachten Schwankungen des Hauptentladungsstroms verantwortlich zu machen. Daß diese vorhanden sind, zeigen die überall in der Säule auftretenden gleichphasigen Schwankungen der Lichtintensität, welche sich den sonst sinusförmigen Schichtschwingungen überlagern. Tatsächlich kann man die gleichen Erscheinungen auch durch eine schwache Modulation des Hauptentladungsstromes erzielen, ohne daß an der Anode merklich lokalisierte Schwingungen auftreten. Daß die Anode bei der Entwicklung laufender Schichten keine primäre Rolle spielt, wurde auch schon durch die in Arbeit⁹⁾ beschriebenen Versuche festgestellt. Sogenannte negative Schichten⁵⁾ wurden allerdings unter den hier vorliegenden Entladungsbedingungen nicht beobachtet.

Die bei den erwähnten Anregungsarten auftretenden Strommodulationen erschweren die genaue Bestimmung der Amplifikation sehr oder machen sie unmöglich, wenn die Schichtamplituden kleiner als die Lichtschwankungen auf Grund der Strommodulation sind. Die störende Strommodulation kann jedoch leicht eliminiert werden, wenn man die Schichten durch periodische Kurzzeitimpulse anregt. Über einige dabei auftretende Erscheinungen soll im übernächsten Abschnitt berichtet werden. Mit geringerem apparativen Aufwand und noch vollständiger kommt man zum gleichen Ziel, wenn man die periodischen Störungen durch eine zweite Entladung einkoppelt, die die positive Säule der zu untersuchenden Entladung kreuzt. Die dabei auftretenden lokalen Störungen sind mit einem relativ kleinen Spannungsaufwand in der gestörten Säule verbunden, so daß in dieser der Strom praktisch überhaupt nicht moduliert wird. Die Kreuzung fungiert dabei für die erste Entladung als eine neue Kathode, welche eine künstliche Schichtungsbildung in der anschließenden Säule bis zur Anode hin veranlassen kann.

4. Stationäre künstlich erzeugte laufende Schichten

Die sich bei passender Modulation im Kreuzrohr ausbildenden stationären laufenden Schichten wurden genauer ausgemessen. Hierzu wurde die zu untersuchende Entladung E_{41} etwas oberhalb der Grenzstromstärke i_G und gleichzeitig die Querentladung E_{23} mit $i_{23} = 2,4$ A Gleichstrom betrieben. Zusätzlich wurde i_{23} durch einen Tonfrequenzgenerator über einen angeschlossenen Leistungsverstärker moduliert. Die überlagerten Wechselstromamplituden betrugen bis zu 100 mA. Für die Querentladung wurde die höhere Gleichstromstärke gewählt, um zusätzliche Störungen durch laufende Schichten in E_{23} zu vermeiden.

Während dabei das kurze Säulenstück der Entladung E_{41} zwischen 4 und 5 (s. Abb. 1 aus⁹⁾) wegen der sehr geringen Modulation von i_{41} im wesentlichen schwingungsfrei blieb, wurden in der Säule zwischen 5 und 1 laufende Schichten mit sinusförmigem Schwingungsbild erzeugt, deren Schichtweiten s in Abhängigkeit von der eingestellten Frequenz in Abb. 1 dargestellt sind. In dem der Messung zugänglichen Strombereich zwischen 1,95 und 2,3 A konnte innerhalb der Meßgenauigkeit keine Stromabhängigkeit der Schicht-

weite festgestellt werden. Abb. 2 stellt die sich aus $v = s \cdot \nu$ ergebende Wanderungsgeschwindigkeit v der Schichten dar. Da s fast proportional der Frequenz ist, ist v annähernd proportional ν^2 , kann aber in dem vorliegenden

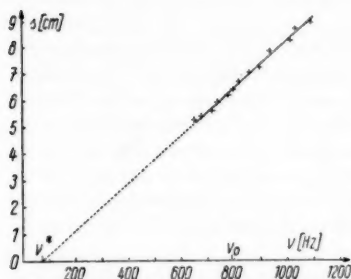


Abb. 1. Schichtweite s künstlich erzeugter laufender Schichten als Funktion der Frequenz. $R = 1,57$ cm, $p = 1,05$ Torr, $i = 2$ A

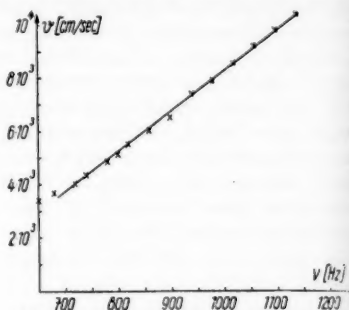


Abb. 2. Wanderungsgeschwindigkeit v künstlich erzeugter laufender Schichten als Funktion der Frequenz. $R = 1,57$ cm, $p = 1,05$ Torr, $i = 2$ A

Frequenzbereich auch gut durch eine lineare Funktion approximiert werden, wie Abb. 2 zeigt.

Die Amplituden der sinusförmigen Schichtschwingungen zeigen räumlich ein exponentiell an- oder abklingendes Verhalten (Abb. 3). Sie lassen daher eine Beschreibung zu in der Form

$$J_{\infty} = A e^{i(kx - \omega t)} \\ = A e^{-dx} e^{i(kx - \omega t)}, \quad (1)$$

wenn die positive x -Achse von der Anode zur Kathode weist und $k = \alpha + id = (2\pi/s) + id$ die komplexe Wellenzahl ist. Da die Störung vom kathodenseitigen Ende des Säulenabschnitts ausgeht, sprechen wir vom Anklingen, wenn die Amplifikation $d > 0$ ist, vom Abklingen, wenn $d < 0$ ist. Abb. 4 zeigt den Verlauf von d in Abhängigkeit von der Frequenz mit dem Entladungsstrom i_{a1} als Parameter. Die eingetragenen Meßwerte wurden aus Messungen an jeweils zwei Stellen des Rohres gewonnen, um die Messungen möglichst schnell durchführen zu können, da sich auch kleine Stromänderungen sehr empfindlich in der Amplifikation bemerkbar machen. Wie man gut erkennt,

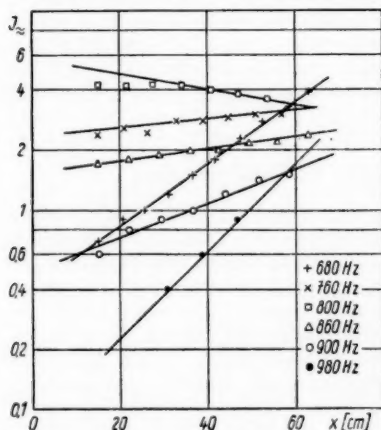


Abb. 3. Relative Schichtamplitude künstlich erzeugter laufender Schichten als Funktion des Abstandes x von der Anode. Die Säule wird dabei an der Stelle $x = 70$ cm durch die schwingende Querentladung gestört. Parameter ist die Anregungsfrequenz. Der Abstand der Meßpunkte voneinander beträgt jeweils eine Schichtweite

nimmt d in Abhängigkeit von der Frequenz für alle Ströme bei der Resonanzfrequenz ν_0 ein Maximum an. Der maximale Wert d_0 (Abb. 5) ist um so größer, je näher die Stromstärke der Grenzstromstärke kommt. Die Verläufe $d(\nu)$ für die verschiedenen Stromstärken sind sonst einander ähnlich.

Aus dem Gang der Amplifikation (Abb. 4 und 5) kann man sich veranschaulichen, wie sich beim Übergang zu kleinen Stromstärken natürliche laufende Schichten in der positiven Säule einstellen. Bei hinreichend niedrigem Wert des Stroms, das ist bei der Grenzstromstärke, ist d so groß, daß schon eine geringe Rückkopplung des räumlich stark zur Anode hin anwachsenden Wellenvorgangs zurück auf die empfindliche Stelle am Säulen-anfang ausreicht, den einmal begonnenen Schichtungsprozeß stationär aufrechtzuerhalten. Dabei stellt sich im Grenzfall von selbst die Frequenz ein, die der maximalen Amplifikation entspricht, also die stromunabhängige Resonanzfrequenz, und als Funktion dieser die Schichtweite der laufenden Schichten. Dabei können sich allerdings für die Erfüllung von Rückkopp-

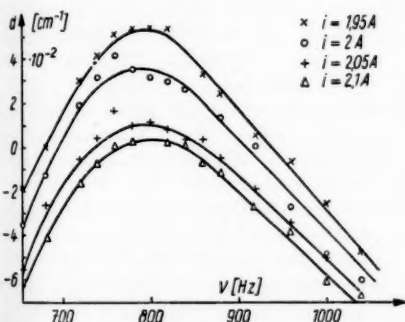


Abb. 4. Amplifikation künstlich erzeugter laufender Schichten als Funktion der Frequenz bei verschiedenen Stromstärken. $R = 1,57$ cm, $p = 1,05$ Torr

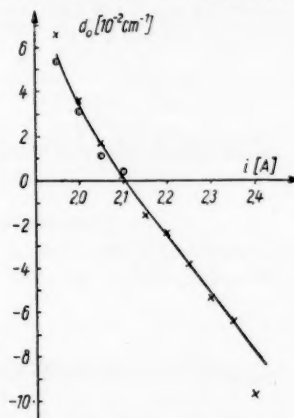


Abb. 5. Maximale Amplifikation als Funktion der Stromstärke. $R = 1,57$ cm, $p = 1,05$ Torr

lungsbedingungen gewisse geringe Frequenzverschiebungen ergeben. Diese lassen sich bekanntlich auch künstlich durch Änderung des Anoden—Kathoden-Abstands oder der Stromstärke innerhalb gewisser Grenzen stetig einstellen¹⁾ ¹¹⁾ und bieten damit andererseits die Möglichkeit, ein kleines Stück der Dispersionskurve auch unter solchen Entladungsbedingungen experimentell zu bestimmen, wo natürliche laufende Schichten vorhanden sind. Daß die Amplifikation auch für natürliche Schichten eine sinnvolle Größe bleibt, erkennt man daraus, daß die Schichtamplituden der natürlichen Schichten hinter der Kathode bzw. hinter der Kreuzung zunächst einen räumlich exponentiellen Anstieg zeigen⁹⁾, bis offenbar nichtlineare Effekte ein weiteres Anwachsen der Amplituden verhindern und gleichzeitig die anfängliche Sinusform der Schichtschwingungen stark verzerren.

¹¹⁾ W. Pupp, Z. techn. Physik, 7, 257 (1934).

5. Anregung künstlicher laufender Schichten durch Impulse

Die beschriebenen stationären laufenden Schichten lassen sich mit wählbaren Schichtfrequenzen zunächst nur in der weiteren Umgebung der Resonanzfrequenz künstlich erzeugen. Mit abnehmender Frequenz werden die Schichtamplituden wegen der anwachsenden Dämpfung beständig kleiner.

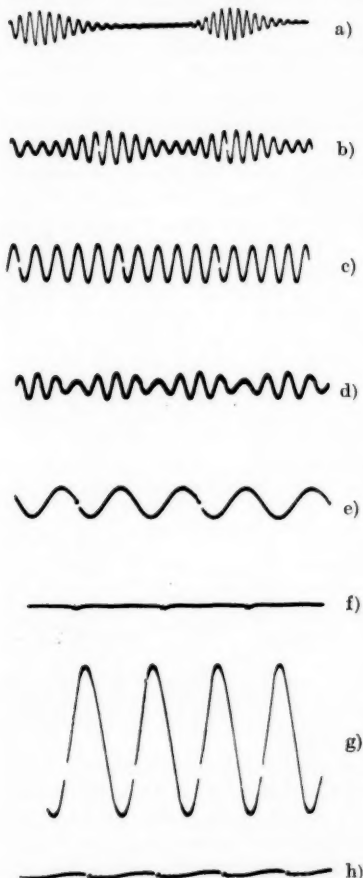


Abb. 6. Oszillogramme der Lichtintensität der positiven Säule bei Anregung mit Impulsen, beobachtet in etwa 60 cm Abstand von der Kathode. Die Lücken im Kurvenbild kennzeichnen die zeitliche Lage des Impulseinsatzes. $i = 2,2$ A.

- | | |
|---------------------|----------------------|
| a) $\nu_i = 40$ Hz | e) $\nu_i = 460$ Hz |
| b) $\nu_i = 85$ Hz | f) $\nu_i = 570$ Hz |
| c) $\nu_i = 166$ Hz | g) $\nu_i = 840$ Hz |
| d) $\nu_i = 187$ Hz | h) $\nu_i = 1070$ Hz |

Beträgt jedoch die Frequenz der äußeren Störung nur noch einen Bruchteil der Resonanzfrequenz, treten neue, kompliziertere Schwingungserscheinungen auf. Über die hier vorliegenden Gesetzmäßigkeiten gewinnt man am leichtesten einen Überblick, wenn man die entsprechenden niederfrequenten Störungen in Form elektrischer Kurzzeitimpulse in die Säule einkoppelt.

Abb. 6 zeigt Oszillogramme der in einem Abstand von etwa 60 cm von der Kathode beobachteten Lichtintensität der positiven Säule der Hauptentladung E_{41} bei einem Entladungsstrom $i_{41} = 2,2$ A ($i_G = 2,05$ A), wenn gleichzeitig eine Impulsentladung E_i betrieben wird, als deren Anode die Glühkathode der Hauptentladung dient. Die Impulsfolgefrequenz ν_i wird variiert.

Bei niedrigen Impulsfolgefrequenzen ($\nu_i < 60$ Hz) beobachtet man auch hier die von Pekárek entdeckten Schichtungswellen (Abb. 6a), deren Maxima von der Kathode zur Anode wandern. Die Einzelschichten laufen in umgekehrter Richtung und weisen dabei annähernd die Frequenz $\nu_0 = 850$ Hz auf, mit der etwas unterhalb der Grenzstromstärke bei dieser Anordnung auch die natürlichen laufenden Schichten erscheinen. Wird ν_i erhöht, wachsen die zu den einzelnen Störimpulsen gehörenden Schichtungswellen zusammen (Abb. 6b). Bei weiterem Ansteigen von ν_i werden die Minima der Einhüllenden unter leichten Änderungen der Schichtfrequenzen ausgeglichen, bis schließlich die Amplituden der Einzelschichten sämtlich gleiche Höhe zeigen (Abb. 6c). Dabei kommt nur noch auf jede 5. Schicht ein anregender Impuls. Die Einzelschichten

werden also hier durch die 4. Oberschwingung der Störung angeregt. Bei weiterer Frequenzerhöhung wird schließlich die 3., 2., 1. Harmonische und endlich die Grundfrequenz der Störung wirksam (Abb. 6e und 6g). Die Frequenz der Schichten bleibt dabei stets in Nähe der Resonanzfrequenz. Beim Übergang von der Anregung in der einen Harmonischen zur nächst niedrigeren treten Schwebungserscheinungen auf (Abb. 6d), bei denen einzelne Schichtamplituden stark geschwächt werden. Beim Übergang zur Anregung im Grundton löst schließlich ein Impuls die Störung des vorhergehenden fast völlig aus (Abb. 6f, $\nu_i \approx 2/3 \nu_0$). In dem sich hieran anschließenden Frequenzbereich wird ν_i allein bestimmend für die Schichtfrequenz. In Abhängigkeit von der Frequenz bei sonst gleicher Störung durchlaufen die Amplituden bei ν_0 ein Maximum und nehmen sodann wieder ab (Abb. 6h). Bei wesentlich höheren Frequenzen als ν_0 beobachtet man nur noch schwache, offenbar von der Strommodulation herrührende Zacken ohne Schichtenbildung. Eine Anregung der Schichten durch Störungen, deren Frequenz ein Vielfaches von ν_0 beträgt, ist nicht möglich.

Ganz analoge Erscheinungen beobachtet man bei anderen Stromstärken i_{41} oberhalb der Grenzstromstärke. Eine Annäherung an die Grenzstromstärke bewirkt im wesentlichen nur eine Erhöhung der Schichtamplituden und eine Verbreiterung der Schichtungswelle. Bei einer Verkürzung der Dauer der anregenden Impulse oder bei einer Erniedrigung der Impulsspannung werden nur die Amplituden der Schichtschwingungen verkleinert, und zwar etwa proportional den genannten Größen.

6. Die Pekáreksche Schichtungswelle

Für eine eingehendere Untersuchung der Pekárekschen Schichtungswelle ist es vorteilhaft, eine andere Anregungsart zu wählen. Zur Hauptentladung E_{41} wird die Entladung E_{43} im Impulsbetrieb gebrannt, wobei beiden Entladungen die Kathode gemeinsam ist. Dabei wird die Kreuzungsstelle, an der die Impulsentladung von der Hauptentladung abzweigt, zu einer Quelle von Störungen δ -förmigen Charakters für die anschließende positive Säule, so daß hier die Schichtungswelle auch gut in ihrem Anfangsstadium studiert werden kann (Abb. 7). Nachteilig ist dabei nur, daß gleichzeitig mit der Schichtungswelle bei der Kreuzungsstelle eine zweite, schwächere Schichtungswelle an der Kathode startet, die mit ihren Vorläufern die vordere Schichtungswelle erreichen und deren Form verzerren kann. Von dem räumlich homogen gestörten Säulenteil zwischen Kathode und Kreuzung werden keine zusätzlichen Schichtungswellen erzeugt.

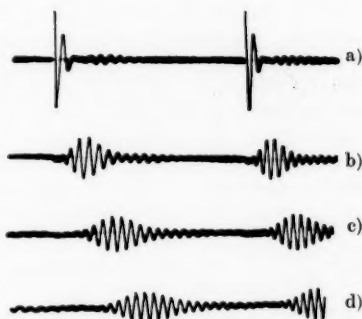


Abb. 7. Oszillogramme der Schichtungswellen in verschiedenen Abständen l von der Stelle der Anregung (Kreuzung). Die Zeit verläuft von links nach rechts.

$i = 2,2 \text{ A}$, $\nu_i = 40 \text{ Hz}$.

- a) $l = 6 \text{ cm}$
- b) $l = 22 \text{ cm}$
- c) $l = 38 \text{ cm}$
- d) $l = 54 \text{ cm}$

Eine nähere Untersuchung der hier beobachteten Schichtungswellen zeigt, daß sich deren Gesetzmäßigkeiten ebenfalls sehr gut im Rahmen der Theorie von Pekárek⁷⁾ beschreiben lassen. Auf Grund der in Abschnitt 4 beschriebenen Meßresultate kann man nun jedoch auch zu einem mehr anschaulich begründeten Verständnis der Schichtungswellen gelangen. Unter dem Aspekt der Dispersionstheorie stellt eine solche Schichtungswelle einfach ein Wellenpaket laufender Schichten dar, dessen Frequenzschwerpunkt bei ν_0 liegt. ν_0 tritt nach der das Wellenpaket erzeugenden δ -Störung deshalb ausgezeichnet in Erscheinung, weil für ν_0 die Amplifikation am größten ist, während Schichten mit von ν_0 abweichenden Frequenzen weniger stark anklängen bzw. überhaupt gedämpft werden. Die damit verbundene Frequenzverschärfung während des Ablaufs des Wellenvorganges tritt als eine zeitliche Verbreiterung des Wellenpakets zutage. Das Wellenpaket breitet sich mit der Geschwindigkeit aus, die sich als Gruppengeschwindigkeit u_G aus der Schichtungsdispersion bei der Frequenz ν_0 ergibt. Die letztere Behauptung ist experimentell nachprüfbar.

Aus der Darstellung

$$s = B(\nu - \nu^*) \quad (2)$$

für die Schichtungsdispersion ergibt sich für die Gruppengeschwindigkeit

$$u_G = \frac{d\omega}{dk} = -\frac{s^2}{B} = -(\nu - s\nu^*). \quad (3)$$

Das negative Vorzeichen bedeutet, daß sich das Wellenpaket im Gegensatz zur Einzelschicht von der Kathode zur Anode ausbreitet, wie es für die Pekáreksche Schichtungswelle der Fall ist. Werden hierin die Werte für $\nu_0 = 790$ Hz ($s = 6,3$ cm, $\nu = 5,0 \cdot 10^3$ cm/sec) eingesetzt, ergibt sich mit $\nu^* = 80$ Hz $u_G = -4,5 \cdot 10^3$ cm/sec.

Um Schichtungswellen unter den gleichen Entladungsbedingungen zu erhalten, bei denen die obigen Dispersionsdaten gewonnen wurden, wurde die Entladung E_{14} ($i_{14} = 2,05$ A) mit der Gleichstromentladung E_{23} ($i_{23} = 2,4$ A) gekreuzt und gleichzeitig durch eine Impulsentladung E_{11} gestört. Die Schichtungswellen wurden dann zwischen der Kathode 1 und der Kreuzung beobachtet. (Anodenseitig hinter der Kreuzung tritt die Schichtungswelle nur noch stark gedämpft in Erscheinung.) Unter diesen Umständen ergeben sich experimentell als Ausbreitungsgeschwindigkeit der Schichtungswelle $u = -4,15 \cdot 10^3$ cm/sec und als Geschwindigkeit der Einzelschicht $\nu = 5,0 \cdot 10^3$ cm/sec. Die Einzelschichten treten dabei mit einer Frequenz von etwa $\nu_0 = 820$ Hz auf, was einer Schichtlänge $s = 6,1$ cm entspricht.

Wie man sieht, besteht eine befriedigende Übereinstimmung zwischen den Meßwerten und denen, die sich durch Rechnung aus der gemessenen Dispersion ergeben. Allerdings ist nicht ausgeschlossen, daß noch einige zusätzliche Korrekturen anzubringen sind.

Zur vollständigeren Beschreibung des Entladungszustandes, in dem diese Ergebnisse gefunden wurden, seien daher noch die Längsfeldstärke E und die Elektronentemperatur T_e der homogenen positiven Säule angegeben: $E = 0,31$ V/cm, $T_e = 14500^\circ$ K. Beide Werte wurden aus Sondenmessungen an einem einfachen Rohr erhalten, dessen Rohrdurchmesser und dessen Gasfüllung mit denen des Kreuzrohres übereinstimmten.

7. Die Resonanzfrequenz

Von Pekárek⁷⁾ wurde im Rahmen seiner phänomenologischen Theorie der Schichtungswellen der Ausdruck

$$\tau = \frac{s}{2(-u + v)} \quad (4)$$

abgeleitet, welcher die Ausbreitungsgeschwindigkeit u der Schichtungswelle und die Wanderungsgeschwindigkeit v der Einzelschicht mit der Schichtweite s und der phänomenologischen Zeitkonstanten τ verknüpft.

Auf Grund der Beziehung $u = u_G$ kann man diesen Ausdruck umformen in

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\pi} \nu_0 \left(- \frac{d\omega}{d\nu} \bigg|_0 + \frac{\omega(\nu_0)}{\nu_0} \right), \quad (5)$$

was mit (2) und (3) eine Bestimmungsgleichung für die Resonanzfrequenz ν_0 ergibt:

$$\frac{1}{\tau} = 4\nu_0 - 2\nu^*, \quad \nu_0 = \frac{1}{4\tau} + \frac{\nu^*}{2}. \quad (6)$$

Den Ansätzen der Theorie von Pekárek⁷⁾ nach bedeutet τ im einfachsten Fall die mittlere Lebensdauer der positiven Ionen in der positiven Säule. Für diese liefert die Diffusionstheorie der positiven Säule unter der Annahme, daß die Verteilung der Ladungsträgerkonzentration über den Rohrquerschnitt durch eine Besselfunktion dargestellt wird, den Ausdruck

$$\frac{1}{\tau_p} = \frac{(2,4)^2}{R^2} \frac{b_{p_1}}{p_0} \cdot U_e, \quad (7)$$

wo $U_e = k T_e / e$ die Volt-Elektronentemperatur und b_{p_1} die Beweglichkeit der positiven Ionen bei $p_0 = 1$ Torr und 0°C sind. Nehmen wir nun $\tau = \tau_p$ als allgemein gültig in dem uns hier interessierenden Parameterbereich an, so erhalten wir aus (6) und (7)

$$R \nu_0 = \frac{(2,4)^2}{4} \frac{b_{p_1}}{R p_0} U_e, \quad (8)$$

wenn ν^* als klein gegenüber $2\nu_0$ vernachlässigt wird, d. h. wenn annähernd Proportionalität zwischen Schichtweite und Frequenz besteht. U_e läßt sich aus der Steenbeckschen Beziehung

$$\tau_p z = 1 \quad (9)$$

als Funktion von $p_0 \cdot R$ bestimmen, wenn die Frequenz z für ionisierende Stöße eines Elektrons in der üblichen Weise unter der Annahme überwiegender Direktionisation aus

$$z = p_0 \cdot a \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m}} (U_i + 2U_e) e^{-\frac{U_i}{U_e}} \quad (10)$$

berechnet wird, wo $a(U - U_i)$ das von der Elektronenenergie U abhängige Ionisationsvermögen und U_i das Ionisationspotential ist (s. z. B.¹²⁾). Hiermit gewinnt (9) die Gestalt des von Pupp¹¹⁾ gefundenen Ähnlichkeitsgesetzes:

$$R\nu_0 = f(Rp_0). \quad (11)$$

Die so berechnete Abhängigkeit (11) ist im einzelnen in Abb. 8 für Helium, Neon und Argon jeweils als gestrichelte Kurve dargestellt, wobei die Atomionbeweglichkeiten¹³⁾ der Arbeit von Biondi und Chanin¹⁵⁾ und die Werte für a dem Werk¹²⁾ entnommen wurden. Die ausgezogenen Kurven derselben Abbildung stellen die von Pupp¹¹⁾ gefundenen Meßwerte dar. Die

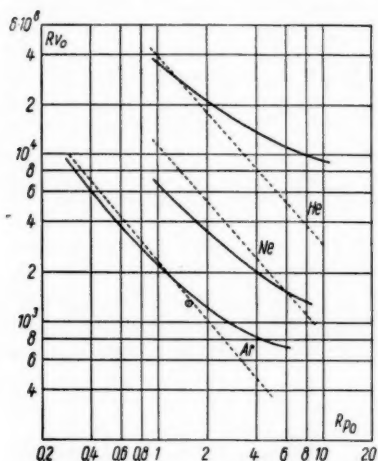


Abb. 8. $R\nu_0$ (in cm/sec) als Funktion von Rp_0 für He, Ne und Ar. p_0 ist der Gasdruck in Torr für 0° C. Die ausgezogenen Kurven sind der Arbeit¹¹⁾ von Pupp entnommen. Der eingezeichnete Meßpunkt entspricht den Messungen am Kreuzrohr. Die gestrichelten Kurven wurden aus (8) errechnet.

tung von (9) auch so formuliert werden: Die Schichtfrequenz beträgt — zumindest für relativ kleine Werte von Rp_0 — im wesentlichen $1/4$ der Stoßfrequenz eines Elektrons für ionisierende Stöße.

¹²⁾ W. L. Granowski, Der elektrische Strom im Gas. Berlin 1955.

¹³⁾ Nach massenspektroskopischen Untersuchungen von Boyd und Morris¹⁴⁾ darf man erwarten, daß in der Edelgasentladung bei dem vorliegenden Druck- und Stromstärkebereich nur ein vernachlässigbarer Prozentsatz von Molekülonen vorhanden ist und demnach als positive Ladungsträger nur Atomionen fungieren.

¹⁴⁾ R. L. F. Boyd, D. Morris, Proc. phys. Soc. (A) **68**, 1 (1955); D. Morris, Proc. Phys. Soc. (A) **68**, 11 (1955).

¹⁵⁾ M. A. Biondi, L. M. Chanin, Physic. Rev. **94**, 910 (1954).

von Pupp angegebenen Frequenzen wurden zwar nicht durch Messungen oberhalb der Grenzstromstärke gewonnen, können aber doch hier angeführt werden, da die Schichtfrequenz in Nähe der Grenzstromstärke praktisch vom Strom unabhängig und gleich der Resonanzfrequenz ist.

Wie man sieht, stimmen die berechneten Werte trotz der stark vereinfachenden Annahmen gut mit den Meßwerten für Argon bei $Rp_0 < 2$ überein. Für die anderen Parameterbereiche der Argonentladung und für Neon und Helium liegt mindestens noch eine größenordnungsmäßige Übereinstimmung vor.

Auf Grund dieser Übereinstimmung darf man erwarten, daß auch für die anderen Rp_0 -Bereiche und für die anderen Edelgase die Schichtweite künstlicher Schichten etwa proportional mit der Frequenz ansteigt, und daß die Frequenz ν_0 einfach durch die Lebensdauer der positiven Ionen bestimmt ist. Dies kann unter Beach-

O
der l
nach
werd
Unter

D
Schic
besch
von d
Versu
Säule
Dispe
jeden
die fü
zu je
quenz
prüfu
meter
Schic
Elem

D
Ansät
linear
ergeb
gleich
aufzu
eine F
 ν_0 für
d nim
Schic
Auf d
erster
auch i
wird
könn
auftre
gerade
geprü
ein Sp

Ein
her n
einige
darges

Ob man die für die größeren Rp_0 -Werte bestehenden Abweichungen von der berechneten Frequenz durch eine Berücksichtigung der Werte von ν^* nach (6) erfassen kann oder ob auch die Ausgangsgleichungen modifiziert werden müssen, kann erst nach weiteren systematischen experimentellen Untersuchungen entschieden werden.

7. Ausblick

Die Tatsache, daß die hier beobachteten künstlich erzeugten laufenden Schichten sich durch exponentiell an- oder abklingende sinusförmige Wellen beschreiben lassen und die Wellenlänge sowie die Amplifikation unabhängig von der Größe der anregenden Störung ist, spricht dafür, daß die bei unseren Versuchen auftretenden Schichten als kleine Störungen der homogenen positiven Säule aufzufassen sind. Die beobachteten Erscheinungen, insbesondere die Dispersion und die Amplifikation, müssen sich also schon im Rahmen einer jeden linearen Theorie der Schichten ergeben, welche den Anspruch erhebt, die für die Schichtungsbildung maßgeblichen Prozesse erfaßt zu haben. Da zu jedem Entladungszustand im Grenzbereich sich experimentell zwei frequenzabhängige Funktionen ergeben, wird sogar eine quantitative Überprüfung der Theorie möglich, auch dann, wenn in diese mehrere offene Parameter eingehen. In diesem Fall darf man hoffen, durch Messungen an den Schichten schließlich auch Aussagen über die in der Entladung auftretenden Elementarprozesse zu gewinnen.

Die Versuchsergebnisse liefern gleichzeitig Hinweise darauf, mit welchen Ansätzen eine solche Theorie der Schichten arbeiten muß: Die sich aus einem linearisierten Gleichungssystem für die Störung der homogenen positiven Säule ergebende komplexe Dispersionsgleichung ist anzusehen als Bestimmungsgleichung für κ und d , während die Frequenz ω zunächst als freie Variable aufzufassen ist. Beim Übergang zu den natürlichen Schichten stellt sich nicht eine Frequenz ein, die einer Nullstelle von d entspricht, sondern die Frequenz ν_0 für die d ein Maximum annimmt. Die Bedingungsgleichung für maximales d nimmt dabei eine der Gl. (5) analoge Form mit $\tau = \tau_p$ an. Natürliche Schichten treten dann auf, wenn d_0 einen gewissen Wert überschreitet. Auf diese Weise wird eine Theorie der Schichten, die die Amplifikation in erster Näherung richtig als Funktion von Strom und Frequenz beschreibt, auch in der Lage sein, die Grenzstromstärke i_G zu bestimmen. Offensichtlich wird man bei Anwendung der Theorie auf andere Gasarten auch verstehen können, warum für die eine Gasart laufende, für die andere stehende Schichten auftreten. Für den letzteren Fall wird nämlich einfach die Amplifikation gerade für $\omega = 0$ einen maximalen Wert annehmen (was noch experimentell geprüft werden muß), so daß unter diesem Aspekt die stehenden Schichten als ein Spezialfall der laufenden erscheinen. (Vgl. ¹⁶⁾).

Eine so leistungsfähige Theorie der Schichten der positiven Säule ist bisher noch nicht entwickelt worden. In einer folgenden Publikation sollen einige weitergehende Vorarbeiten zu dem Aufbau einer derartigen Theorie dargestellt werden.

¹⁶⁾ B. N. Klarfeld, ЖЭТФ (J. exp. theoret. Physik) 22, 66 (1952).

Herrn Prof. Dr. Rompe und Herrn Dr. Rademacher möchte ich an dieser Stelle meinen Dank für ihr förderndes Interesse an der Arbeit aussprechen. Ebenfalls bin ich Herrn Dr. Pekárek für fruchtbare Diskussionen zu Dank verpflichtet. Fräulein K. Rangnick danke ich für sorgfältige Durchführung der Messungen.

Berlin, Deutsche Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Institut für Strahlungsquellen.

Bei der Redaktion eingegangen am 1. Februar 1958.

Verantwortlich

für die Schriftleitung: Prof. Dr. G. Richter, Zeuthen-Miersdorf, Platanenallee 6; für den Anzeigenteil: VEB Georg Thieme, Anzeigenabteilung, Leipzig C 1, Thomaskirchhof 20, Ruf 21 005. Z. Z. 211
Anzeigenpreisliste Nr. 4; Verlag: Johann Ambrosius Barth, Leipzig C 1, Salomonstr. 18 B.
Fernruf: 27 681, 27 682, ZLN 5066

Printed in Germany

Druck: Paul Dünhaupt, Köthen (IV/5/1) L 134/58

Ultraschallgeräte

für wissenschaftliche und technische Zwecke
Ultraschalltechnik Ing. W. Meinhardt
Leipzig O 5, Dauthestr. 15

Wissenschaftliche Selbstbiographie Von Max Planck

3. Auflage. 34 Seiten mit einem Bildnis
(= Nr. 5: Lebensdarstellungen Deutscher
Naturforscher)
JOHANN AMBROSIOUS BARTH / VERLAG / LEIPZIG

PRESSLER



PHOTOZELLEN

für Wissenschaft
und Technik

DEUTSCHE GLIMMLAMPEN-GES. PRESSLER.
LEIPZIG C1. BERLINER STR. 69

Meteorströme

Meteoric Currents

Von Prof. Dr. C. HOFFMEISTER

Sternwarte der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin in Sonneberg (Thür.)

VIII, 286 Seiten mit 109 Abbildungen im Text und 1 Ausklapptafel. Mit Zusammenfassungen in englischer Sprache. 1948. Gr. 8°. DM 18.—, Hln. DM 20.—

Astronomische Nachrichten: Die Darstellung folgt im wesentlichen den verschiedenen Phasen der fortschreitenden Lösung des Problems durch Sammlung von Beobachtungsmaterial und dessen kritische, durch theoretische Betrachtungen geleitete Verarbeitung. — Insgesamt bietet das Buch eine große Fülle von Originalmaterial, von kritischen Diskussionen und neuen Ergebnissen.

J. Wempe

Grundtatsachen der sphärischen Astronomie

Von Prof. Dr. JULIUS DICK

Wissenschaftlicher Leiter der Sternwarte Berlin-Babelsberg

IV, 102 Seiten mit 48 Abbildungen im Text. 1956. DIN A 5.

DM 5.—, Halbleinen DM 6.—

Mitteilungsblatt der Einstein-Sternwarte: Kann das Buch auf Grund der Schärfe der Definitionen und der zwingenden Logik der Deduktion ein Lehrbuch für den Studierenden der Naturwissenschaft sein, so bietet es auch dem Nichtmathematiker einen reichen Gewinn an Wissen, auch wenn er die mathematischen Formeln überblättert.

W1.

JOHANN AMBROSIOUS BARTH / VERLAG / LEIPZIG

Einführung in die Meßtechnik der Kernstrahlung und die Anwendung der Radioisotope

Von Prof. Dr. H. FASSBENDER, Erlangen

1958. XII, 223 Seiten, 142 Abbildungen und 15 Tabellen, Gr. 8°,
abwaschbarer Plastikeinband DM 37,50

Nach einer kurzgefaßten atomphysikalischen Einleitung werden im einzelnen der Nachweis von schnellen Teilchen bzw. Strahlen, ferner Strahlungsmeßgeräte für die verschiedensten Zwecke, die Anwendung der Radioisotope und der Strahlenschutz eingehend behandelt. Der Verfasser war aber bestrebt, sich auf das Wesentliche zu beschränken und dieses leicht verständlich darzustellen. Mathematische Spezialkenntnisse werden zum Verständnis nicht vorausgesetzt. Das Buch ist für alle diejenigen bestimmt, die sich in dieses interessante und wichtige Gebiet einarbeiten wollen, insbesondere für Naturwissenschaftler, Mediziner und Ingenieure der verschiedensten Richtungen, besonders auch für Behördenangehörige, die hiermit zu tun haben, für diejenigen, die sich mit der Frage der Radioaktivität in der Luft und im Wasser beschäftigen und für Angehörige des D R K. Ganz besonders ist das Buch den Studierenden zugeeignet.

In der DDR beziehbar im Rahmen des Kontingents!

GEORG THIEME VERLAG · STUTTGART

Soeben erschien:

Grundriß der Photographie und ihrer Anwendungen besonders in der Atomphysik

Von

Prof. Dr. Georg Joos

und

Prof. Dr. Erwin Schopper

Direktor des Physikalischen Instituts
der Technischen Hochschule München

Direktor des Instituts für Kernphysik
der Universität Frankfurt/M.

Mit 271 Abbildungen und 1 Farbtitelbild

XII, 408 Seiten, Gr. 8°, 1958. Ganzleinen DM 48.-

Inhalt: I. Die lichtempfindlichen Schichten. — II. Optische und mechanische Apparate der Photographie. — III. Lichtquellen, Beleuchtung und Filter. — IV. Anwendungen der photographischen Schicht mit optischer Abbildung. — V. Anwendung der photographischen Schichten in der Röntgenographie. — VI. Photographische Schichten zum Nachweis von Korpuskularstrahlen.

Kostenloser Prospekt auf Anforderung

In der DDR beziehbar im Rahmen des Kontingents

AKADEMISCHE VERLAGSGESELLSCHAFT M. B. H.
FRANKFURT AM MAIN